

Meccanica delle colonne e delle costruzioni a blocchi lapidei : stato e prospettive degli studi

Premessa – Sommario

Questa relazione esamina la *meccanica* delle costruzioni *a blocchi lapidei*, definite come costruzioni formate da elementi lapidei (*blocchi*) di rilevanti dimensioni, la resistenza ai carichi delle quali è affidata al mutuo contrasto ed all'attrito tra i blocchi, con l'eventuale contributo di elementi di collegamento (perni, grappe, etc.) che hanno la precipua funzione di opporsi ai movimenti relativi (in particolare, agli scorrimenti) dei blocchi collegati. Si tratta di una tipologia strutturale molto diffusa nelle antiche civiltà mediterranee, soprattutto per certi tipi di edilizia (mura, templi, monumenti, etc. : vedi p.es. Fig. 1) : per il dimensionamento ci si riferiva ad esempi costruttivi precedenti o si seguivano regole empiriche. In questa rassegna si cercherà invece di fornire un' *interpretazione moderna* del comportamento delle suddette strutture, sia rispetto ai carichi statici che alle azioni dinamiche, facendo riferimento in particolare a recenti ricerche teoriche e sperimentali di studiosi italiani.

Dato il carattere interdisciplinare del Seminario in cui questa Relazione è inserita, si è ridotta al minimo la trattazione « matematica » e si è cercato di usare una terminologia e un linguaggio comprensibili anche a persone non studiose di « meccanica delle strutture » in senso stretto ; anche i riferimenti bibliografici sono stati ridotti ai pochi lavori ritenuti essenziali. Per una trattazione tecnica più dettagliata, comprendente formule e bibliografia, si rimanda il Lettore interessato ad un Rapporto di Ricerca degli stessi autori (Andreus e Augusti, 1989).

Da questa presentazione risulterà comunque che, nonostante i significativi progressi compiuti negli ultimi lustri, l'attuale stato delle ricerche non consente ancora – tranne pochissimi casi – uno studio esauriente della meccanica di costruzioni reali nella loro effettiva complessità : le ricerche vanno quindi proseguite senza scoraggiarsi, ma i risultati che si ottengono nel frattempo vanno accettati e interpretati con cautela.

1. INTRODUZIONE

1.1. I metodi di calcolo

Lo studio della risposta sia statica che dinamica delle costruzioni in muratura in termini di sollecitazioni e/o spostamenti alla luce delle moderne

teorie meccaniche si presenta come un problema di analisi non lineare di notevole complessità.

È abbastanza usuale trattare concettualmente le murature come un qualsiasi altro materiale *continuo*, e quindi con metodologie note, sia analitiche sia numeriche: viene in particolare usato spesso il procedimento degli « elementi finiti », secondo il quale si immagina un corpo continuo suddiviso, ai soli scopi di calcolo, in elementi di dimensione finita. In questo approccio, che può ritenersi giustificato finché le dimensioni del singolo elemento fisico (il *matton*e) sono molto inferiori a quelle complessive della struttura in esame, la fondamentale difficoltà concettuale è quella della definizione della *legge costitutiva*, cioè del legame tra sollecitazioni e deformazioni in termini di solido continuo. Tale legge, infatti, deve essere *mediata* sul volume dell'elemento finito di calcolo: per questo motivo e per le caratteristiche intrinseche del materiale *muratura*, notevoli incertezze, maggiori che per altri materiali, gravano sulla valutazione dei numerosi parametri fisico-chimici e meccanici che compaiono nelle relazioni; inoltre, il comportamento risulta sostanzialmente diverso a trazione e compressione. Pertanto, anche nel caso in cui l'ipotesi del *continuo* sia accettabile, i risultati forniti dal metodo degli *elementi finiti* applicato alle murature vanno accettati con grande cautela.

In questa relazione si prendono invece in considerazione strutture in muratura per le quali certamente non è applicabile l'approccio *al continuo*, perché le dimensioni dei singoli *blocchi* (di pietra naturale o artificiale) da cui esse sono costituite sono paragonabili a quelle dell'insieme (nella letteratura tecnica tali strutture sono talvolta definite *ciclopiche*, con un termine che può dar luogo ad equivoci poiché esso va riferito alle dimensioni del blocco rispetto alla costruzione nel suo insieme, e non a quelle di quest'ultima: preferiamo quindi mantenere la terminologia usata nel titolo e nella premessa: parleremo quindi di costruzioni o strutture *a blocchi lapidei*). Per tali strutture sono necessarie metodologie di analisi *ad hoc*; è anche possibile adoperare procedimenti di calcolo analoghi a quelli *ad elementi finiti*, in cui però gli elementi non sono *fittizi*, ma sono fatti coincidere con elementi reali (i blocchi).

1.2. Caratteristiche strutturali e modi di crisi

Le peculiari caratteristiche delle strutture in discorso, messe già in luce da Coulomb (1776), sono:

- resistenza dei singoli blocchi buona a compressione e scarsa (ma non nulla) a trazione;
- possibilità di scorrimenti tra i blocchi, ai quali si oppone la resistenza di attrito (schematizzabile come una *forza* proporzionale – secondo il *coefficiente di attrito* f_a – alla forza di compressione presente nel giunto);

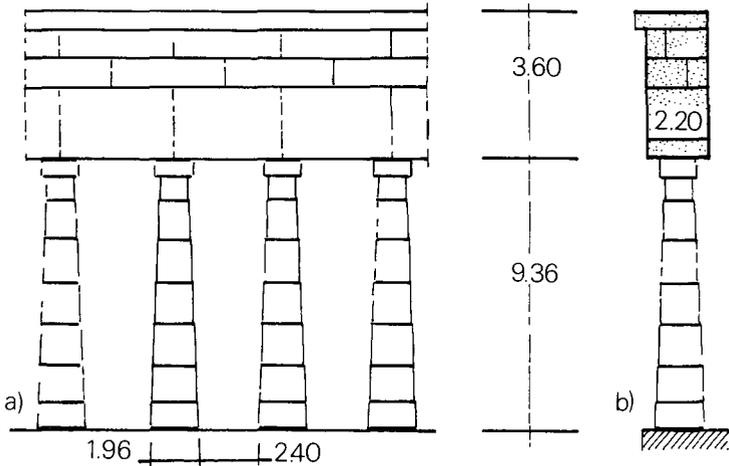


Fig. 1. Prospetto e sezione del tempio di Segesta (da Lo Bianco e Mazzarella, 1985).

- resistenza a trazione dei giunti praticamente nulla, poichè la malta spesso è degradata o addirittura inesistente. Si constata inoltre che, salvo casi eccezionali, posti in evidenza dalle classiche lesioni da schiacciamento, gli sforzi nei blocchi sono di gran lunga inferiori alla loro resistenza a compressione.

La portanza di una struttura a blocchi lapidei risulta pertanto affidata alla stabilità gravitazionale ed all'attrito. Si assume quindi, generalmente, che essa possa entrare in crisi per una delle cause seguenti:

- sviluppo di sforzi di trazione nei giunti;
- sviluppo di eccessivi sforzi di compressione nel materiale lapideo;
- scorrimento di un blocco rispetto ad un altro come risultato di un'eccessiva *forza di taglio* nel giunto (che supera la resistenza di attrito).

Se l'entità di uno dei fenomeni sopra elencati è tale da permettere la formazione di un *cinematismo*, cioè di un possibile movimento relativo globale dei blocchi, considerati rigidi, si verifica il *collasso* (crollo) della struttura (Fig. 2).

1.3. Analisi statica ed analisi dinamica

Secondo la *Scienza delle Costruzioni*, in una struttura gli sforzi interni, le reazioni dei vincoli, le deformazioni e gli spostamenti devono soddisfare le condizioni di *equilibrio* (tra di loro e con le *forze esterne applicate*) e di *congruenza* (o *compatibilità*, cioè di rispetto dei vincoli interni ed esterni).

L'ipotesi di calcolo più comune è che tutte le forze agiscano (*quasi staticamente*, cioè siano tali da non generare rapidi movimenti o variazioni

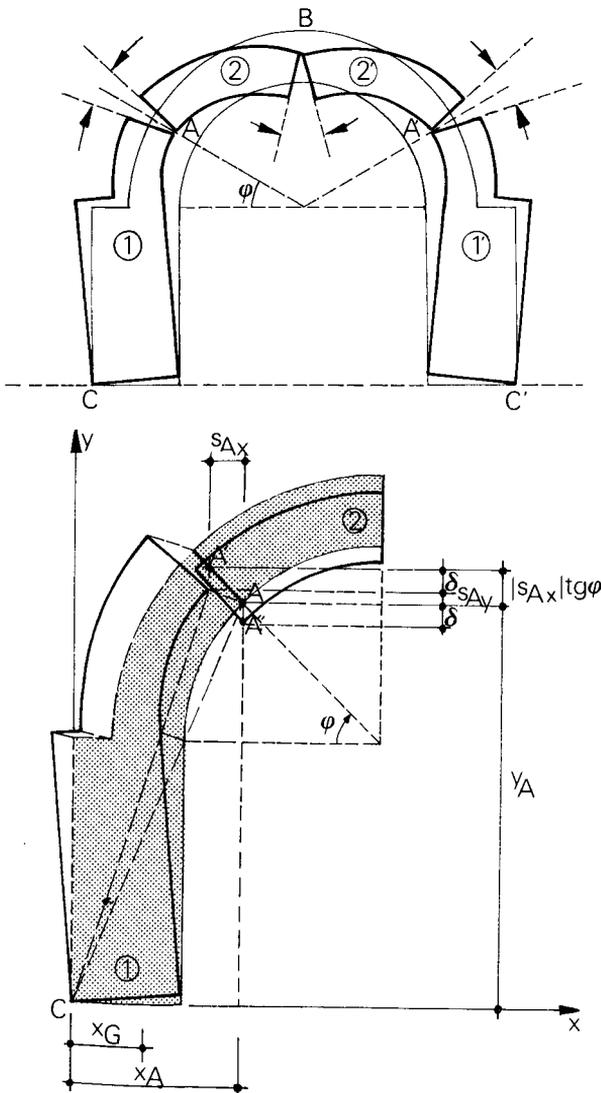


Fig. 2. Tipici meccanismi di collasso di strutture a blocchi lapidei (da: A. GIUFFRÉ, La meccanica nell'architettura - La Statica, La Nuova Italia Scientifica, Roma, 1986).

di sforzo, e conseguenti *fenomeni dinamici*: è ovvio che questo è il modo di affrontare i casi in cui compaiono solo *forze peso* ed altri carichi *lenti*; in alcuni casi è però anche possibile studiare le conseguenze di alcune sollecitazioni dinamiche (come p.es. il vento ed i terremoti) introducendo opportune *forze statiche equivalenti*. Senza entrare nel merito delle limitazioni di tale modo di procedere, notiamo che nel caso di terremoti le *forze statiche equivalenti* sostituiscono le *forze d'inerzia* generate dai movimenti del suolo; si considerano (spesso separatamente) *forze verticali* e *forze orizzontali*, in entrambi i casi applicate nei *baricentri* delle masse interessate: le seconde sono in genere maggiormente pericolose ai fini della stabilità strutturale,

poichè sostanzialmente diverse dalle forze agenti con continuità, alle quali la struttura — se tuttora esiste — ha già dimostrato di saper resistere.

L'*analisi dinamica* consiste invece nella scrittura e soluzione delle equazioni del moto della struttura, nelle quali sono state introdotte le azioni effettive (*pressione dinamica* del vento, *accelerazioni* sismiche del suolo, ecc.).

In entrambi gli approcci, dalla soluzione delle equazioni (statiche o dinamiche), si potrà ricavare un giudizio sulla resistenza e sicurezza della struttura, sia in termini di cemento interno, sia di stabilità globale.

2. ANALISI STATICA

2.1. *Analisi limite*

Quando viene richiesto solamente un giudizio sulla stabilità di una struttura a blocchi sotto l'azione di carichi agenti *staticamente* è possibile ricorrere a schemi di calcolo semplificati, governati da un numero limitato di parametri. In particolare, si usa assumere che sia nota la distribuzione dei carichi e che l'intensità di questi (o di una parte di essi) dipenda linearmente da un solo parametro (*moltiplicatore*), il quale assume valore unitario in corrispondenza di un carico di riferimento (spesso quello usuale o *di esercizio*): lo scopo principale del calcolo si riduce quindi alla determinazione del *moltiplicatore di collasso*, cioè del moltiplicatore dei carichi che provoca il collasso della struttura in esame.

Assimilando i moti relativi tra i blocchi a *deformazioni plastiche*, a questo problema si possono applicare, sia pure con adattamenti, le tecniche dell'*analisi limite*, ben note in *Scienza delle Costruzioni*. In generale, riportando in uno spazio cartesiano ortogonale le *caratteristiche di sollecitazione* (cioè la *forza* o *sforz*o normale di compressione N , il *momento flettente* M e la *forza di taglio* T), si può affermare che un movimento (spostamento) relativo tra due blocchi adiacenti (o tra un blocco e la corrispondente *fondazione*) può avvenire solo se lo stato di sollecitazione si trova su una ben definita superficie, che definisce la frontiera del *dominio di resistenza* (o *dominio limite*). Inoltre, definito *moltiplicatore di collasso* un moltiplicatore dei carichi a cui si può associare uno stato equilibrato di sollecitazione ed un cinematismo di collasso che fa compiere lavoro positivo ai carichi), se ne dimostra l'unicità purchè le leggi che regolano la deformazione plastica siano *di tipo associato*: cioè, riportando sollecitazioni e deformazioni nello stesso spazio, il vettore che descrive l'incremento di deformazione plastica in ciascuno dei punti interessati risulti ortogonale alla frontiera del dominio di resistenza (*legge di normalità*).

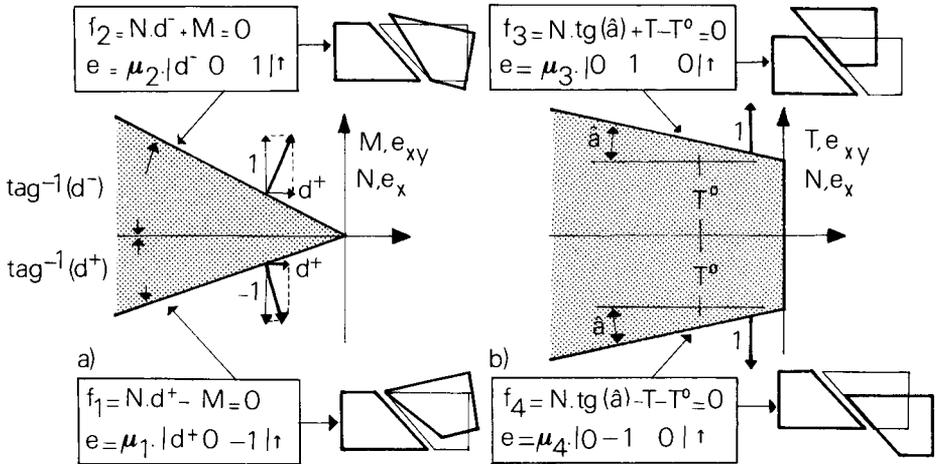


Fig. 3. Domini limite (a) nel piano N - M e (b) nel piano N - T (Legge di Coulomb generalizzata) (da Lo Bianco e Mazzarella, 1985).

2.1.1. Blocchi e giunti « rigidi »

Il primo ad applicare le tecniche dell'analisi limite alle strutture in muratura è stato Heyman (1966) il quale ne accettò i teoremi e schematizzò la struttura come un insieme di blocchi rigidi a vincoli monolaterali, escludendo la possibilità di schiacciamenti e scorrimenti tangenziali nei giunti: il dominio limite nel piano M - N (Fig. 3a) è un angolo con vertice nell'origine. Sotto tali ipotesi, Heyman ha verificato la stabilità di varie strutture, in particolare cattedrali gotiche ed altre costruzioni medioevali e rinascimentali (Heyman, 1969).

Seguendo un approccio simile, Livesley (1978) studiò per primo l'influenza dell'attrito sulla capacità portante delle costruzioni a blocchi, assumendo nei giunti una resistenza allo scorrimento definita dalla legge di Coulomb generalizzata, cioè dalla relazione tra forza (limite) di taglio T e forza normale di compressione N di Fig. 3b, in cui T^0 è la *coesione* ed $\hat{\alpha} = \arctg f_a$ l'*angolo di attrito* (cfr. § 1.2).

Lo Bianco e Mazzarella (1984 e 1985), riprendendo le ipotesi di Livesley (1978) (e notando che alla resistenza allo scorrimento tra i blocchi può contribuire anche l'eventuale presenza di elementi metallici di collegamento), hanno studiato il collasso delle strutture a blocchi come un problema di analisi limite con leggi di deformazione *non associate* (come si può dimostrare che avviene per la presenza dell'attrito) ed hanno proposto procedure numeriche per il calcolo del moltiplicatore di collasso.

* Gli spostamenti relativi nel generico giunto all'atto del collasso ovviamente non devono comportare compenetrazioni tra i blocchi. Nei lavori sopra citati, per ipotesi, i blocchi sono indeformabili: quindi detti spostamenti

possono essere descritti come combinazione lineare di quattro spostamenti elementari :

- una rotazione con verso anti-orario e centro sul bordo superiore del giunto ;
- una rotazione con verso positivo (orario) e centro sul bordo inferiore del giunto ;
- uno scorrimento tangenziale positivo (cioè con la faccia di destra che si abbassa rispetto a quella di sinistra) ;
- uno scorrimento tangenziale negativo.

Come schematicamente indicato nella Fig. 3, l'esistenza di uno dei sopradescritti moti elementari è condizionata al verificarsi di una corrispondente condizione statica :

- la rotazione relativa del giunto attorno ad un lembo può avvenire solamente quando lo sforzo normale eccentrico (ottenuto combinando N ed M) passa per tale lembo ;
- lo scorrimento tangenziale può avvenire soltanto se taglio e sforzo normale verificano la legge di Coulomb generalizzata.

In presenza di attrito, combinando le condizioni statiche e cinematiche, si ottengono condizioni globali di equilibrio e di compatibilità che coincidono formalmente con le condizioni di collasso di una struttura rigido-plastica con leggi di scorrimento di tipo non associato (Lo Bianco e Mazzarella, 1985). Pertanto il *moltiplicatore di collasso*, in genere, non è unico, ma ai fini della sicurezza strutturale ne interessa soltanto il più piccolo valore, che si può ottenere formulando un problema di minimo e risolvendo un programma matematico *marginalmente non lineare* (per i cui dettagli si rimanda a Lo Bianco e Mazzarella, 1985).

In Lo Bianco e Mazzarella (1985), la suddetta metodologia è stata applicata all'analisi limite di alcune semplici strutture : un *muro* formato da tre blocchi di uguale altezza e diversa larghezza (Fig. 4), un *trilite* (insieme di un'architrave e due pilastri) simmetrico (Fig. 5) e due triliti dissimmetrici, con diverso grado di dissimmetria ed uguale massa complessiva (Figg. 6 e 7). In tutti gli esempi la densità del materiale è costante e l'angolo di attrito e la coesione specifica hanno lo stesso valori in tutti i giunti. Sono stati valutati il moltiplicatore ed il meccanismo di collasso sotto forze statiche equivalenti ad una accelerazione sismica agenti in direzione orizzontale nel piano della struttura : i risultati, schematicamente riportati nelle citate Figg. 4, 5, 6, 7, individuano tre comportamenti qualitativamente diversi : a) per bassi valori dell'attrito il collasso avviene per scorrimento tra i blocchi ; b) per valori intermedi dell'attrito il meccanismo è di tipo misto, con scorrimenti e rotazioni ; c) infine, per alti valori dell'attrito il collasso avviene per ribaltamento e comporta soltanto rotazioni.

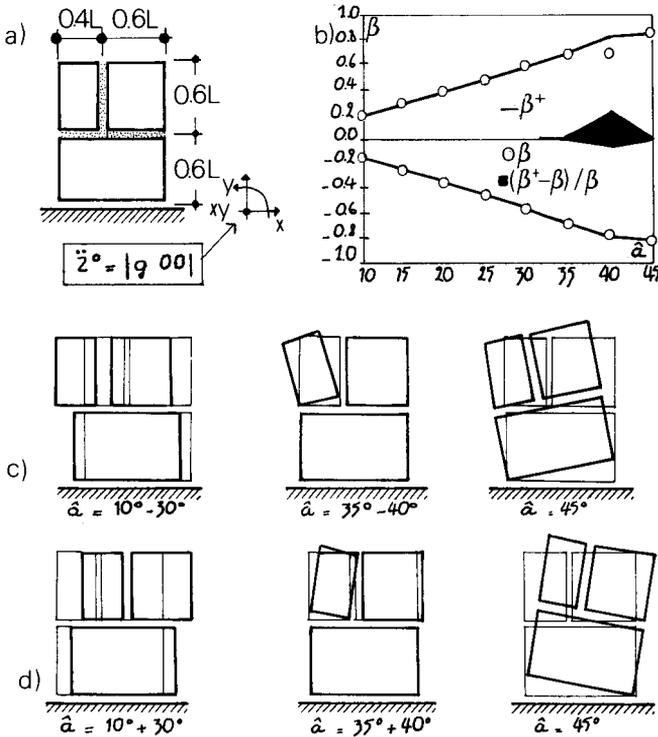


Fig. 4. Schema di muro: a) geometria; b) moltiplicatore di collasso β in funzione dell'angolo di attrito $\hat{\alpha}$; c) meccanismi per accelerazione positiva del suolo; d) meccanismi per accelerazione negativa del suolo (da Lo Bianco e Mazzarella, 1985).

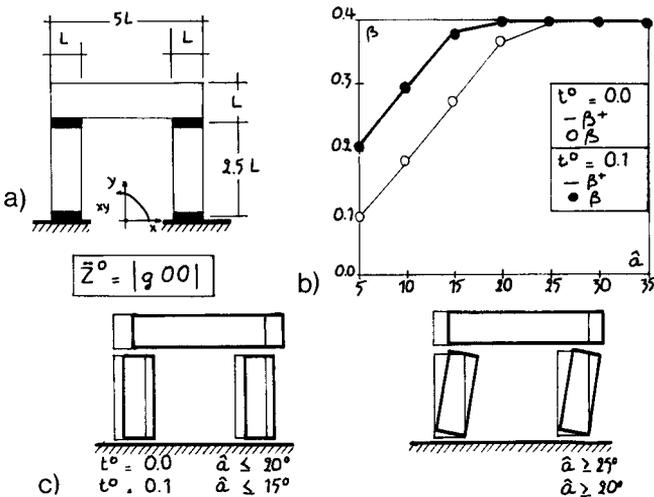


Fig. 5. Primo trilitte: a) geometria; b) moltiplicatore di collasso β in funzione dell'angolo di attrito $\hat{\alpha}$; c) meccanismi di collasso (da Lo Bianco e Mazzarella, 1985).

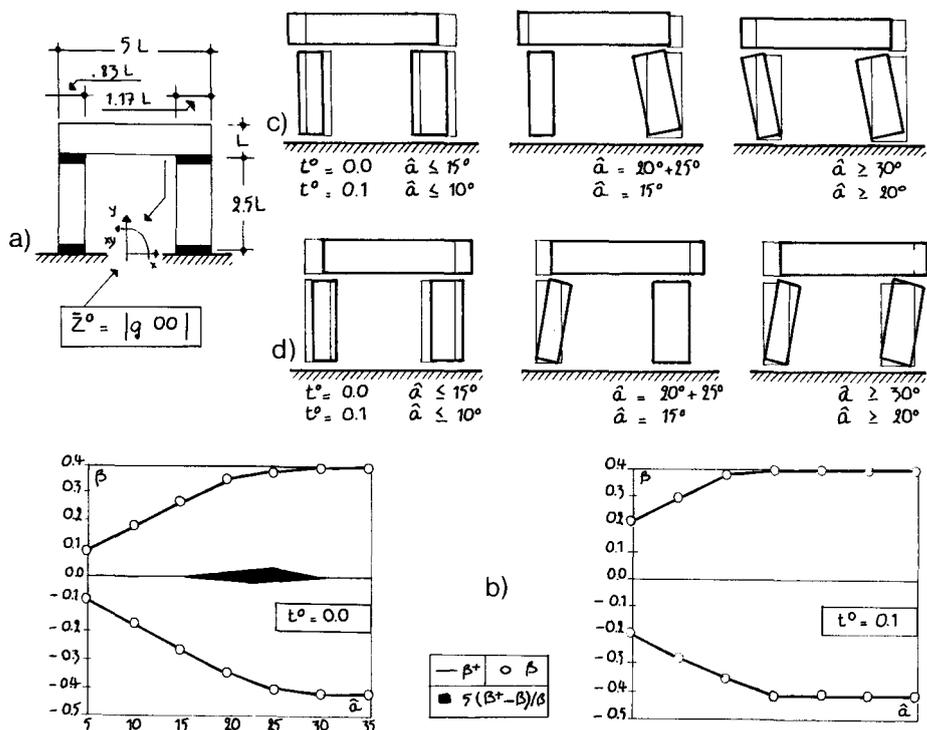


Fig. 6. Secondo trillite: a) geometria; b) moltiplicatore di collasso β in funzione dell'angolo di attrito $\hat{\alpha}$; c) meccanismi di collasso per accelerazione positiva del suolo; d) meccanismi di collasso per accelerazione negativa (da Lo Bianco e Mazzarella, 1985).

2.1.2. Blocchi « rigidi » e giunti « rigido-plastici »

Affrontando il problema con le ipotesi sopra riportate (e quindi assegnando — più o meno implicitamente — un valore infinito alla resistenza a compressione del materiale), il calcolo può fornire un moltiplicatore di collasso infinitamente grande: ciò sta ad indicare che nella realtà la struttura entra in crisi per schiacciamento dei blocchi e non per distacco o scorrimento tra di essi.

Per prendere in conto una tale evenienza, si può attribuire un valore limite alla resistenza a compressione del materiale dei giunti, mantenendo peraltro l'ipotesi di resistenza infinita nei blocchi: così, lo schiacciamento di questi ultimi è fittiziamente trasformato in uno schiacciamento dei giunti, che dà luogo alla formazione di una *cerniera plastica* con asse di rotazione relativa interno alla sezione (Fig. 8a), mentre i blocchi restano integri e continuano a costituire gli elementi rigidi del meccanismo di collasso. Il dominio limite tridimensionale T-M-N dei giunti si costruisce associando il dominio limite M-N per materiali non resistenti a trazione (Fig. 9) alla legge di Coulomb generalizzata (Fig. 3b): in Lo Bianco e Mazzarella (1984), la

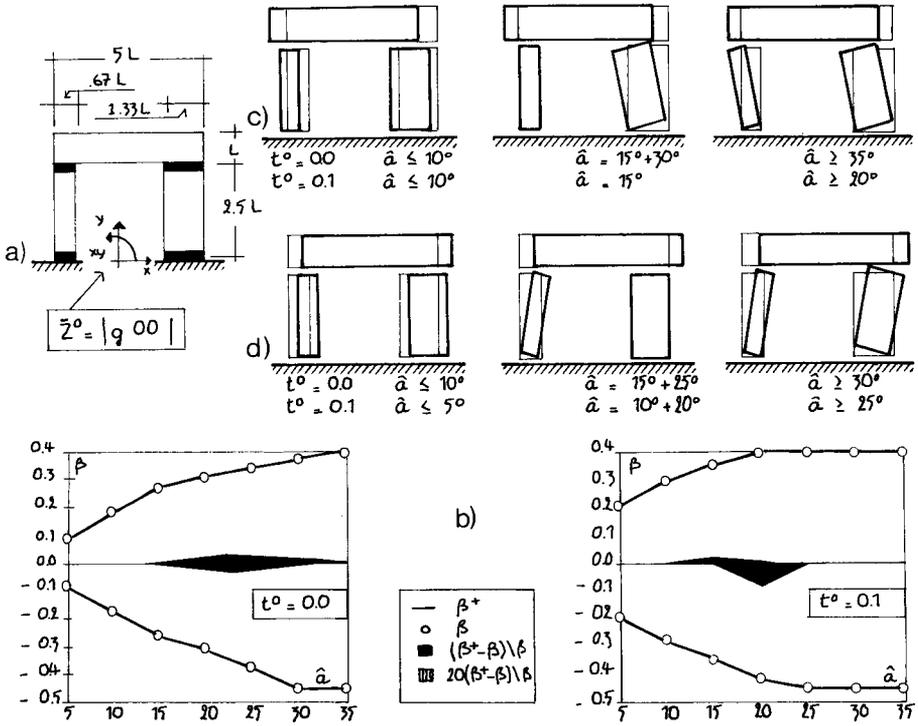


Fig. 7. Terzo trilito: a) geometria; b) moltiplicatore di collasso β in funzione dell'angolo di attrito \hat{a} ; c) meccanismi di collasso per accelerazione positiva del suolo; d) meccanismi di collasso per accelerazione negativa (da Lo Bianco e Mazzarella, 1985).

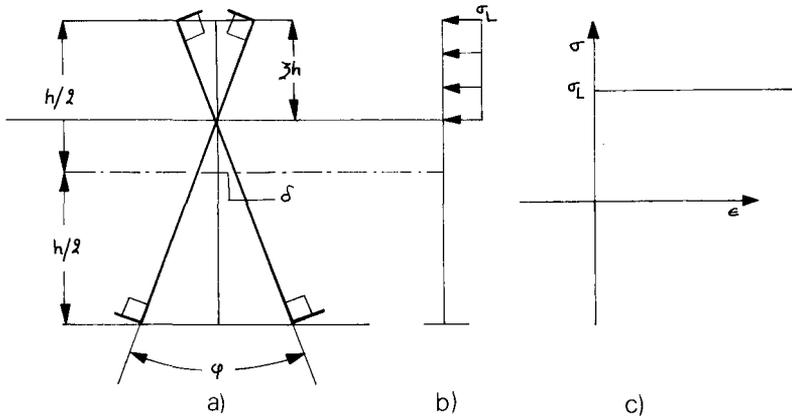


Fig. 8. Rotazione relativa e distribuzione degli sforzi in corrispondenza di una cerniera plastica (da Franchi et al., 1982).

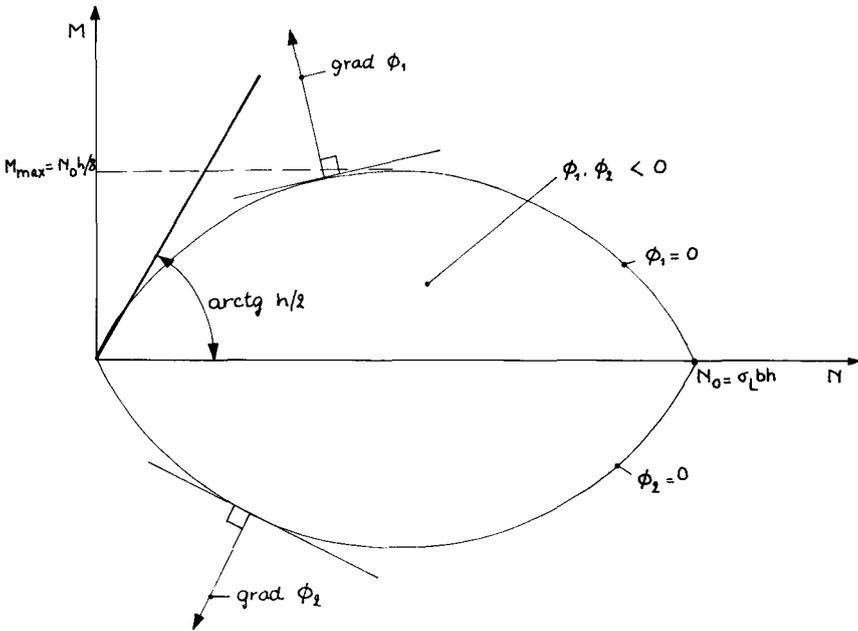


Fig. 9. Dominio limite $M-N$ per una sezione (o giunto) non resistente a trazione (da Franchi et al., 1982).

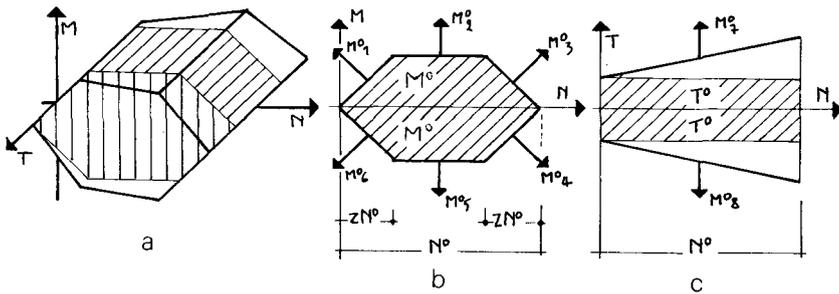


Fig. 10. Dominio limite $M-N-T$ linearizzato per una sezione non resistente a trazione: a) assometria; b) sezione con il piano $T = 0$; c) sezione con il piano $M = 0$ (da Lo Bianco e Mazzarella, 1984).

relazione $M-N$ è stata linearizzata, ottenendo il dominio limite prismatico di Fig. 10.

Lo Bianco e Mazzarella (1984) hanno studiato in particolare l'influenza sul moltiplicatore di collasso dei parametri che caratterizzano la resistenza al taglio (l'angolo di attrito e la coesione), prendendo innanzitutto in esame una struttura molto semplice, simile a quella già studiata in Livesley (1978) (Fig. 11), quindi un arco circolare, discretizzato come un insieme di sette blocchi uguali e soggetto alle quattro condizioni di carico mostrate in

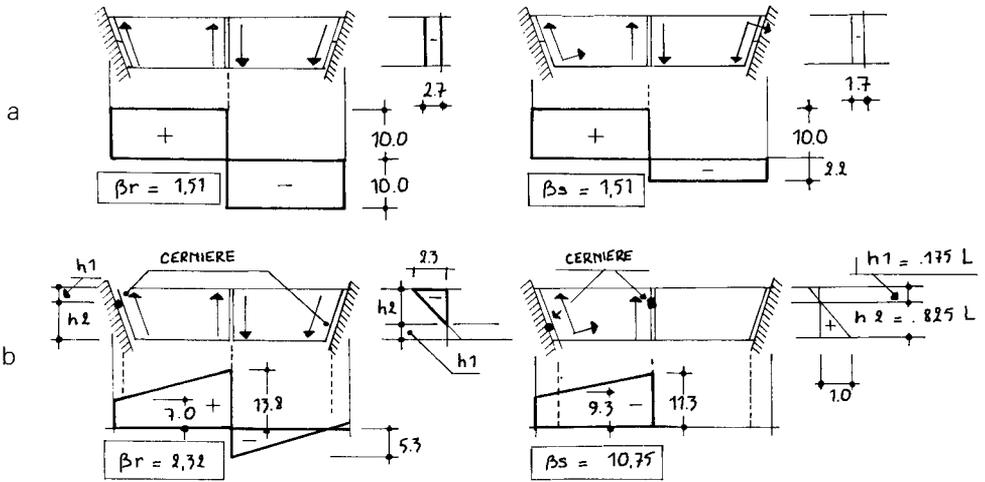


Fig. 11. Struttura elementare detta « di Livesley »: deformate di collasso in varie ipotesi (da Lo Bianco e Mazzarella, 1984).

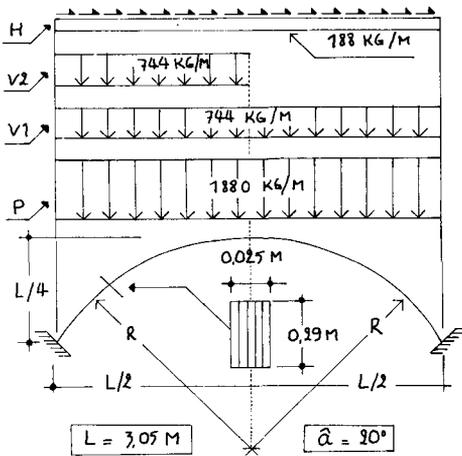


Fig. 12. Arco circolare: geometria e carichi (da Lo Bianco e Mazzarella, 1984).

Fig. 12; la coesione è stata assunta nulla ovvero pari ad $1/20$ dello sforzo normale limite. Per le due condizioni di carico simmetriche, il meccanismo di collasso dell'arco non comprende scorrimenti relativi, e quindi i relativi moltiplicatori di collasso sono indipendenti dall'attrito e dalla coesione, e confrontabili con quelli ottenuti da Franchi *et al.*, 1982.

2.1.3. Blocchi « elastici » e giunti « rigido-plastici »

Un procedimento alternativo per il calcolo inelastico delle strutture a blocchi è quello adottato da Franchi *et al.* (1982), i quali suddividono la struttura in elementi finiti (elementi di trave curva o elementi di trave ad

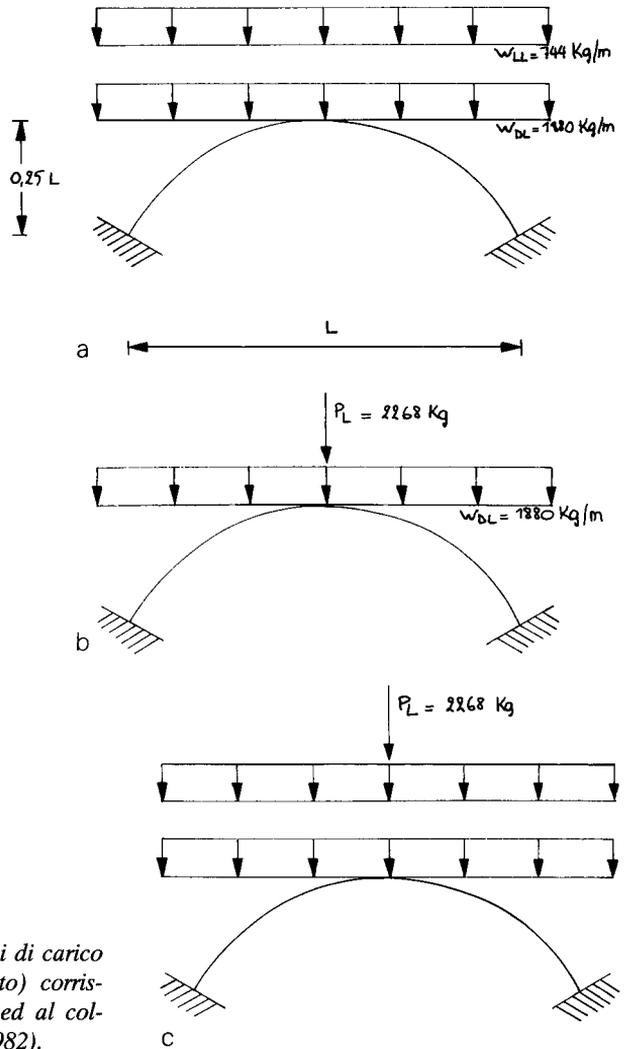


Fig. 13. Arco circolare : Condizioni di carico e carichi (distribuito e concentrato) corrispondenti alla prima fessurazione ed al collasso (da Franchi et al., 1982).

asse rettilineo) a comportamento elastico lineare, mentre i giunti di collegamento tra elemento ed elemento si assumono a comportamento rigido-plastico (o rigido-fessurante), rispettoso della già definita *legge di normalità*. In sostanza si tratta di un modello in cui le deformazioni inelastiche sono concentrate in prefissate sezioni (le sezioni di contatto tra due elementi, non necessariamente coincidenti con gli effettivi giunti tra i blocchi reali) mentre la deformazione elastica è diffusa: riducendo la deformabilità degli elementi, si ritrova come caso limite il modello a blocchi rigidi di cui al precedente paragrafo.

Nelle condizioni limite, le tensioni sulla sezione hanno distribuzione rettangolare (Fig. 8b); il corrispondente punto M-N descrive il *dominio limite*

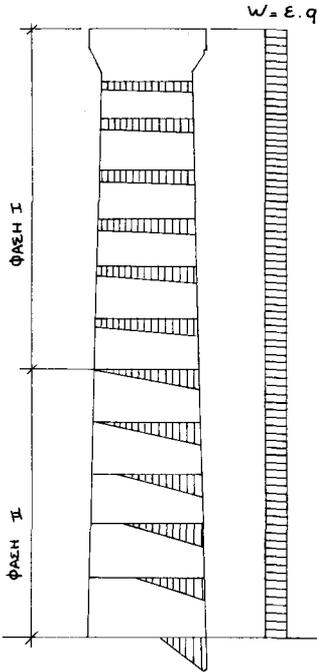


Fig. 14. Colonna libera con carico orizzontale uniformemente distribuito: andamento delle tensioni di compressione (da Zambas, 1985).

(che nel caso di sezione rettangolare è costituito da due archi di parabola, Fig. 9): le deformazioni sono nulle per tensioni di compressione inferiori alla tensione limite; il meccanismo di apertura della fessura prevede (Fig. 8a) una rotazione relativa delle sezioni attorno all'asse neutro ed una dilatazione (o un accorciamento) della fibra baricentrica, legate tra loro dalla legge di normalità (Fig. 9). In questo modello di comportamento del giunto non si tiene in conto l'effetto del taglio sul meccanismo di fessurazione: in altri termini esso è valido finché l'azione tagliante non è tale da provocare scorrimenti di un blocco rispetto all'altro. Quando invece il taglio è al limite dell'attrito, il giunto scorre: delle tre componenti che descrivono la deformazione, sono nulle la rotazione relativa e l'allungamento della fibra baricentrica, mentre è diversa da zero la sola componente corrispondente allo scorrimento tagliante.

A titolo esemplificativo vengono presentati nella Fig. 13 i principali risultati dello studio di un arco circolare in fase di fessurazione (Franchi *et. al.*, 1982): gli stati limite presi in considerazione sono quelli di formazione della prima cerniera di apertura e di formazione di un completo meccanismo di collasso. Le tre condizioni di carico esaminate sono indicate in figura: il carico è suddiviso in peso proprio, mantenuto costante, e carico *accidentale*, che viene gradualmente amplificato mediante il moltiplicatore α fino al collasso dell'arco.

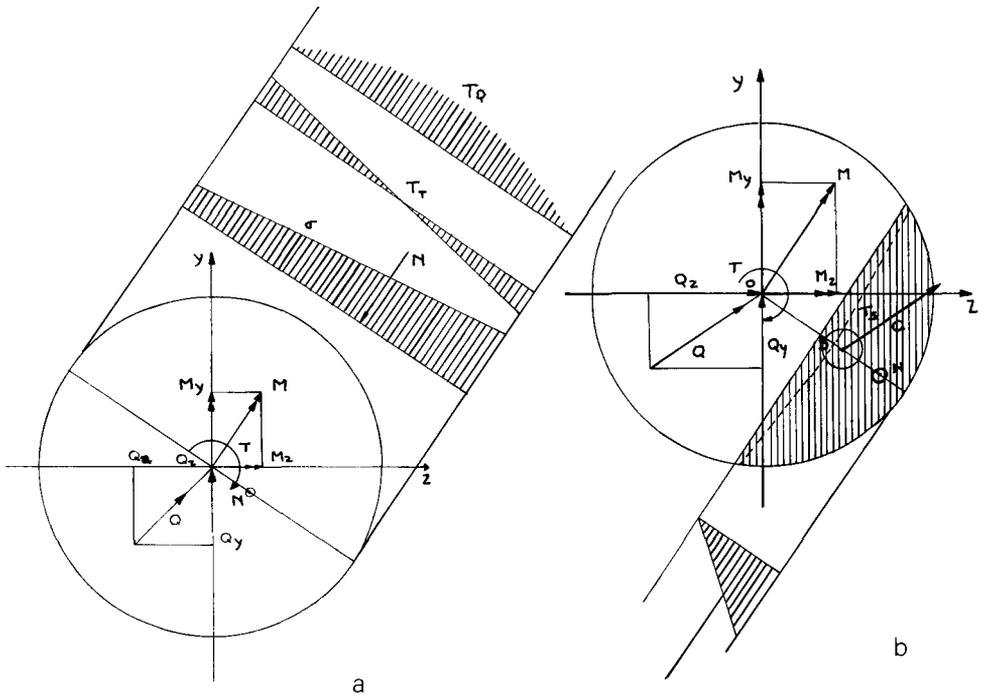


Fig. 15. Andamento delle tensioni nella sezione di una colonna: a) Fase I (lineare); b) Fase II (non lineare) (da Zambas, 1985).

2.1.4. Blocchi « elastici » e giunti « non reagenti a trazione »

Risulta simile al precedente il modello di comportamento usato da Zambas (1985) per lo studio dei colonnati: infatti il contatto tra i rocchi è caratterizzato dalla mancanza di resistenza a trazione, da una distribuzione lineare delle tensioni normali nella parte reagente della sezione, e dal legame attritivo tra sforzi tangenziali e normali fornito dalla legge di Coulomb generalizzata (Fig. 3).

In Fig. 14 sono rappresentati i regimi tensionali a vari livelli nelle sezioni di una colonna isolata sotto l'azione del peso proprio e di carichi orizzontali distribuiti di non eccessiva entità. Nella parte superiore (che si estende a tutta la colonna per azioni orizzontali abbastanza piccole), la distribuzione delle tensioni normali è trapezoidale e quella delle tensioni tangenziali è parabolica (Fig. 15a): la colonna si comporta elasticamente e la relazione tra carichi e deformazioni è lineare. Nella parte inferiore della colonna, le sezioni possono essere *parzializzate* (cioè le tensioni essere distribuite solo su una parte della sezione di contatto) rispetto alle tensioni normali (Fig. 15b) o a quelle tangenziali (non necessariamente rispetto ad entrambe) e non è più valida l'ipotesi di linearità.

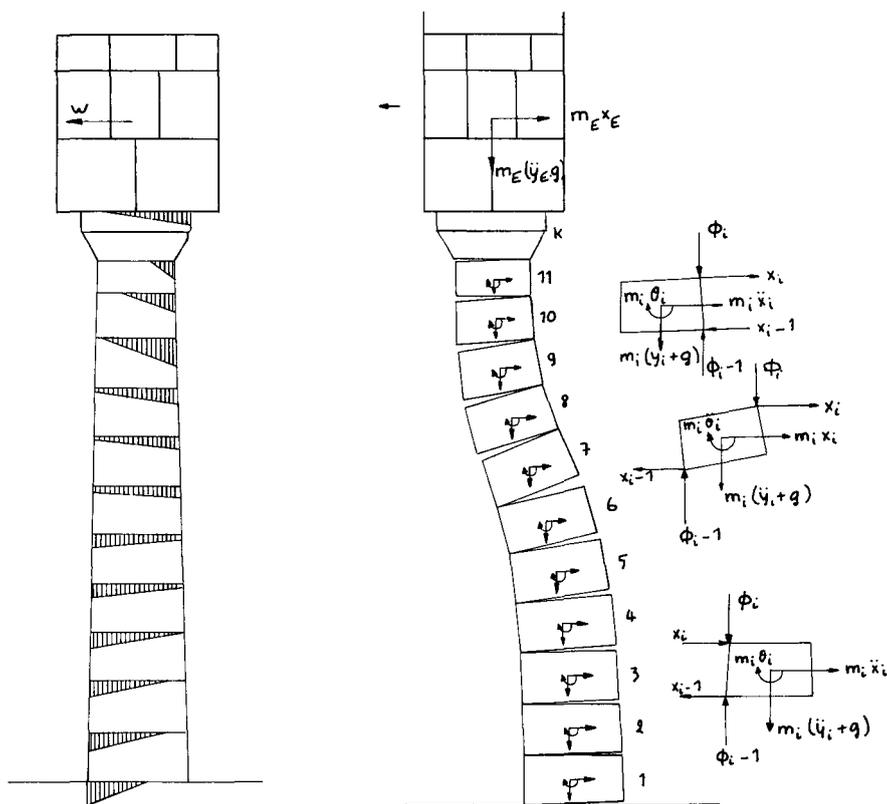


Fig. 16. Deformazione a taglio di una colonna (da Zambas, 1985).

Risultati analoghi possono essere trovati in altri casi: per esempio la Fig. 16 presenta quello di una colonna il cui capitello è impedito di ruotare.

In una struttura, le eventuali parzializzazioni modificano le rigidità delle colonne, che a sua volta influenzano la distribuzione degli sforzi negli elementi della struttura. Pertanto, è lecito ipotizzare un comportamento lineare solo se il regime tensionale non produce parzializzazioni di alcuna sezione rispetto alle tensioni normali, mentre la resistenza d'attrito è capace di sopportare le tensioni tangenziali. Zambas (1985) assume che questa condizione sia soddisfatta (il che a posteriori calcola che avviene per carichi orizzontali non superiori approssimativamente al 4% del carico verticale totale) e studia in dettaglio le strutture del sistema peristilio-frontone del Partenone, schematizzato come telaio spaziale elastico-lineare, mediante un programma di calcolo automatico (STATIC) fornito dal Politecnico di Zurigo; il problema è stato risolto per il carico permanente e per quattro combinazioni del peso proprio della struttura con carichi orizzontali, uniformemente distribuiti sulla massa della struttura, diretti secondo gli assi di simmetria: esempi tipici sono riportati nelle Figg. 17 e 18.

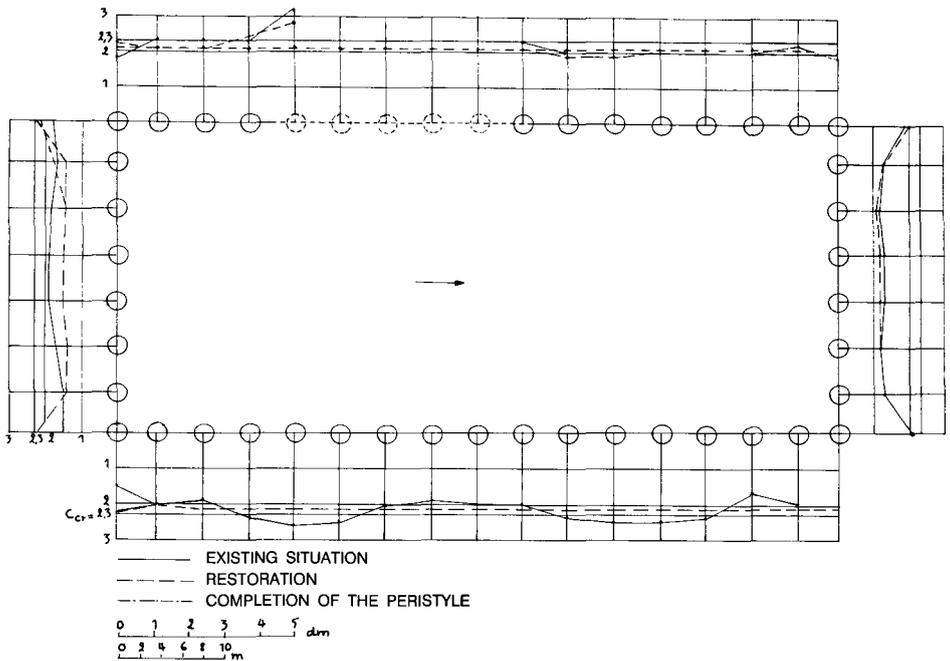


Fig. 17. Partenone: analisi statica lineare. Esempio 1 (peso proprio e carico orizzontale secondo l'asse longitudinale): eccentricità della forza normale alla base delle colonne (da Zambas, 1985).

2.2. Analisi incrementale

Se si vuole seguire il comportamento della struttura sotto carichi *quasi statici* ma variabili nel tempo (monotonamente o ciclicamente), controllando lo sviluppo delle deformazioni e/o delle lesioni nonché l'entità degli spostamenti, si ricorre di solito alla cosiddetta *analisi incrementale*: si fa cioè variare il carico per *incrementi* successivi, e ad ogni passo si risolvono — spesso per via numerica — le equazioni della Scienza delle Costruzioni. Questo consente in particolare lo studio degli effetti di *danneggiamento* prodotti da carichi ciclici ripetuti, effetti che si possono ritenere abbastanza simili a quelli di un sisma.

Anche in questo tipo di analisi — come nell'analisi limite trattata nel precedente paragrafo — si possono usare leggi costitutive (e di danneggiamento) che comprendono deformazioni dei blocchi e dei giunti, oppure concentrano nei giunti la deformabilità e la resistenza dei blocchi, assumendo rigidi questi ultimi.

Rimandando a Andreus e Di Paolo (1987) e a Andreus (1988) per due recenti ampie rassegne bibliografiche, qui si ricorda soltanto che le relazioni sperimentali tra sforzo normale (di compressione) N e accorciamento medio δ si possono schematizzare nelle relazioni multilineari di

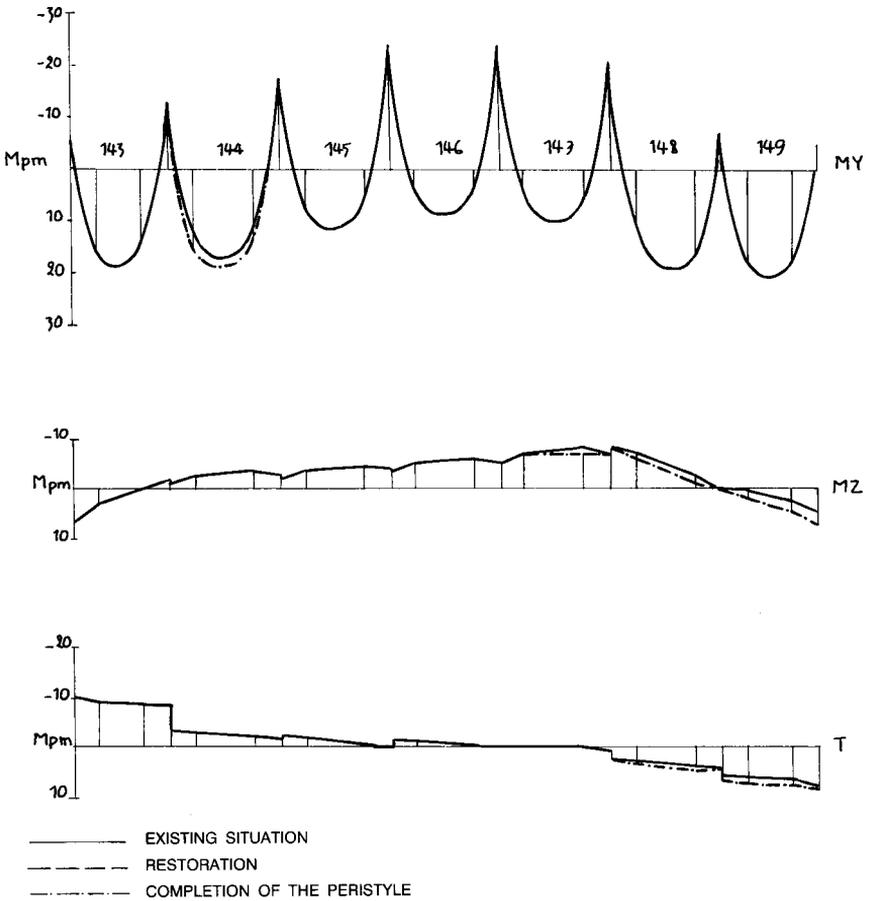


Fig. 18. Partenone: analisi statica lineare. Esempio 1: facciata ovest: diagrammi del momento flettente M_y , del momento torcente M_z e della forza di taglio T (da Zambas, 1985).

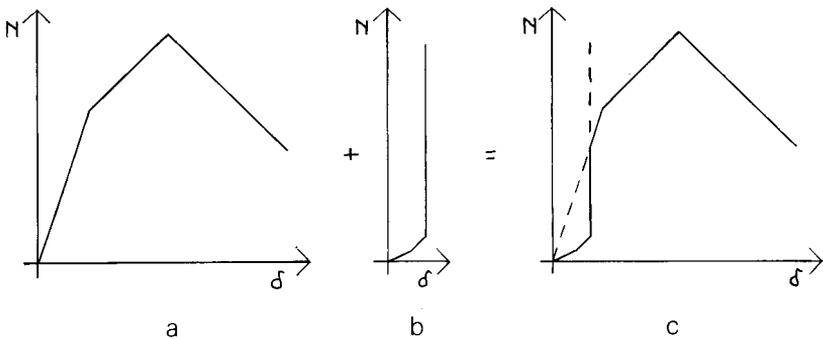


Fig. 19. Leggi costitutive N - δ ipotizzate: a) blocco; b) giunto; c) blocco più giunto.

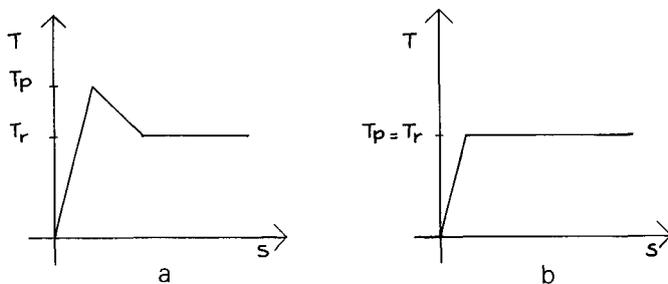


Fig. 20. Leggi costitutive T - s : a) giunto scabro; b) giunto liscio.

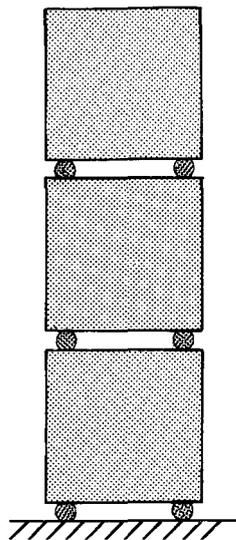


Fig. 21. Struttura elementare (da Andreaus, 1992).

Fig. 19a,b, rispettivamente (a) per un blocco lapideo e (b) per un giunto: si noti in particolare in Fig. 19b l'effetto di *locking*, cioè di rapida diminuzione della deformabilità, causato dallo *schacciamento* delle asperità inizialmente presenti sulle superfici di contatto; le relazioni di Fig. 19a,b si possono *combinare* come mostrato in Fig. 19c per rappresentare il comportamento complessivo N - δ di due o più blocchi accoppiati. Le Figg. 20a,b si riferiscono invece alle analoghe relazioni (schematizzate) fra taglio T e scorrimento s ; la relazione fra taglio limite T_r e sforzo normale N può essere ancora data dalla legge di Coulomb generalizzata (Fig. 3b), ma talvolta si ammette un limitato sforzo di trazione.

Discretizzando in due o più punti il contatto tra blocchi adiacenti, in ciascuno dei quali valgono le relazioni N - δ e T - s sopra ricordate, Andreaus (1990) ha studiato alcuni semplici modelli strutturali, tra cui la colonna a tre blocchi di Fig. 21: nella Fig. 22 si riportano gli scorrimenti provocati nei giunti di detta colonna da un ciclo di carichi orizzontali e verticali simulanti un sisma.

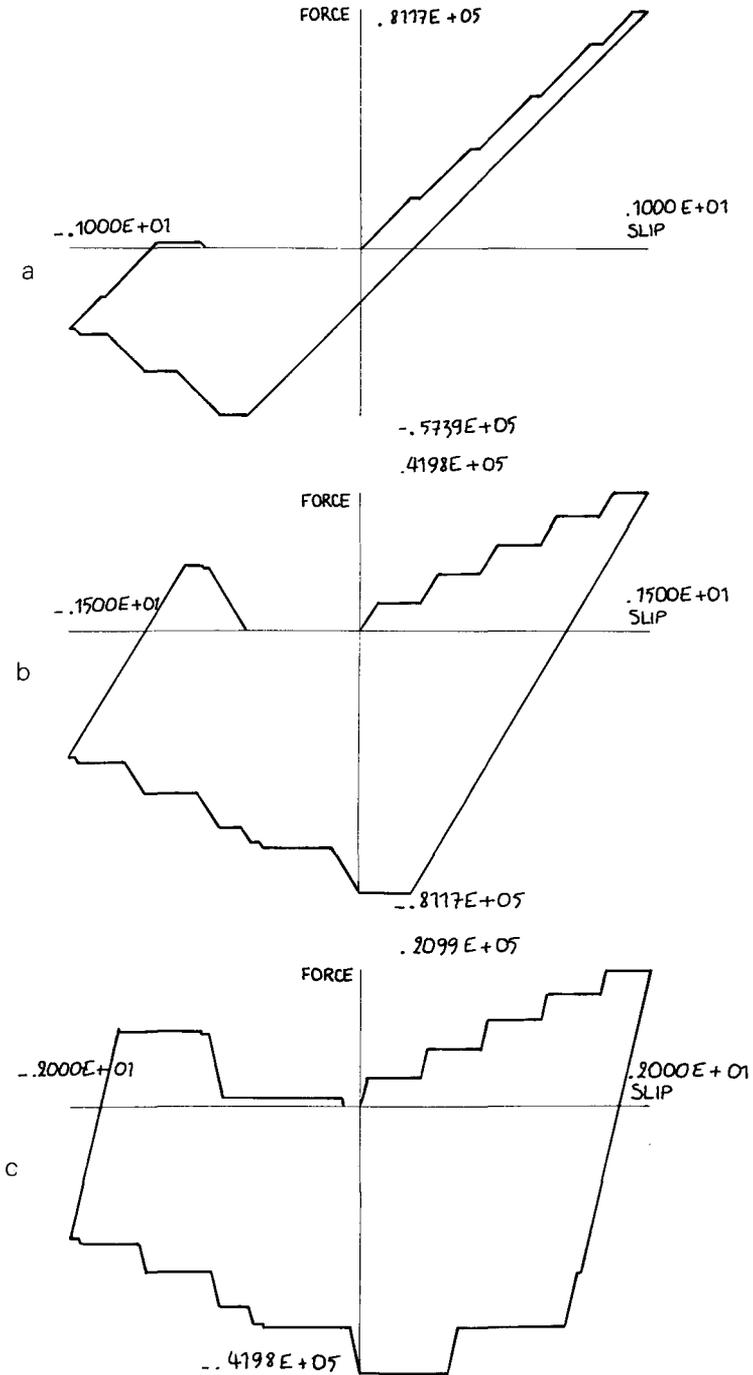


Fig. 22. Diagrammi taglio-scorrimento calcolati nei tre giunti della struttura di Fig. 21 (da Andreaus, 1990).

3. ANALISI DINAMICA

Come già accennato al § 1.3, non sempre è possibile (o abbastanza approssimato) affrontare i problemi dinamici sostituendo le forze d'inerzia con forze statiche equivalenti: in questi casi è essenziale innanzitutto conoscere le *caratteristiche dinamiche* della struttura in esame, che si ottengono studiandone le *oscillazioni libere*; successivamente, se ne potranno studiare anche le *oscillazioni forzate* provocate da una data *storia (temporale) di carico*, e/o in particolare determinare per esempio le condizioni che ne provocano il collasso.

È oggi attivo un significativo filone di ricerca sulla *dinamica dei blocchi*, necessaria premessa allo studio dinamico delle strutture oggetto della presente Relazione. A una sintesi di questi studi sono dedicati i paragrafi che seguono.

3.1. Blocco rigido su suolo rigido, rotante intorno a uno spigolo

Il problema di partenza della dinamica dei blocchi è quello di un blocco rigido che oscilla su di un suolo rigido (Fig. 23), la cui prima formulazione analitica si deve a Muto, Umemura e Sonobe (1960). Semplificando, la trattazione si basa sulle seguenti ipotesi:

- il blocco è infinitamente rigido e di forma prismatica con superficie di appoggio piana;
- il blocco è vincolato a ruotare intorno ad uno degli spigoli della superficie di appoggio (Fig. 23), mentre sono impediti gli scorrimenti ed il distacco completo;
- quando l'angolo di rotazione Θ si annulla, avviene l'*urto* della superficie del blocco sul piano d'appoggio, durante il quale almeno uno spigolo resta sempre in contatto con la fondazione e non vi sono rimbalzi;
- infine, per ulteriore semplicità, si considera solo il moto piano del blocco.

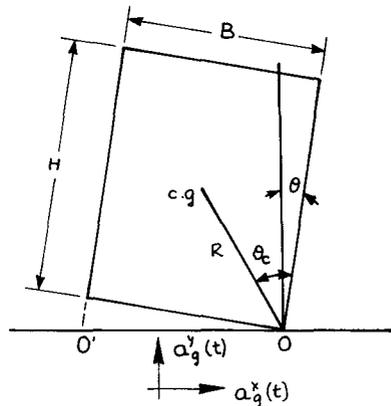


Fig. 23. Blocco rigido su suolo rigido.

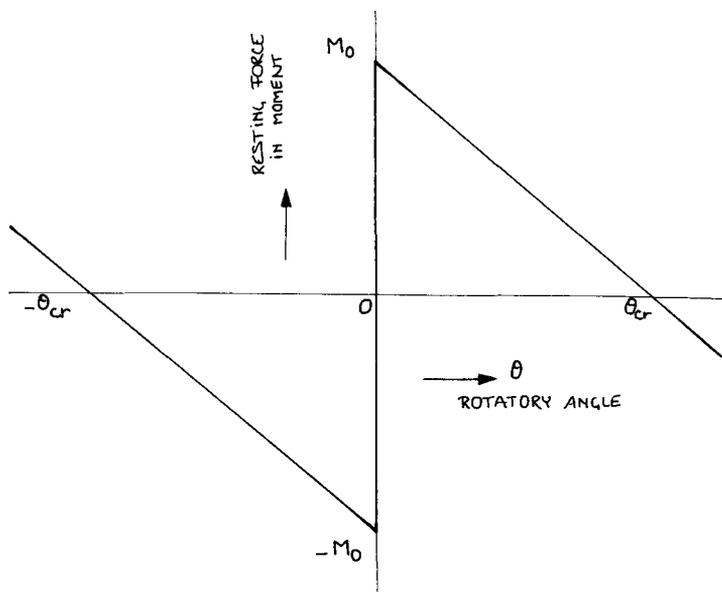


Fig. 24. Relazione tra momento di richiamo e (piccola) rotazione per il blocco della Fig. 23.

Sotto queste ipotesi, il blocco ha un solo grado di libertà (cioè la sua posizione è definita da una sola quantità, la rotazione Θ); il moto risulta essere una successione di moti rotatori intorno a uno o all'altro spigolo: quando la base del blocco viene a contatto con il suolo si produce un *urto* e, se il moto non si arresta, il centro di rotazione si sposta nello spigolo opposto. Le equazioni del moto del blocco tra due urti successivi si ottengono imponendo l'equilibrio dei momenti delle forze (forza peso, eventuali altre forze applicate, forze d'inerzia derivanti dal moto del blocco e da eventuali moti del suolo) intorno allo spigolo che in quell'intervallo è il centro di rotazione (equazioni di equilibrio dinamico).

3.1.1. La relazione momento - rotazione

La relazione tra l'angolo di rotazione Θ ed il *momento di richiamo* M assume il peculiare aspetto mostrato in Fig. 24, molto diverso da analoghe relazioni normalmente usate nella Scienza delle Costruzioni. Il momento di richiamo M (che è dovuto esclusivamente al peso del blocco) presenta una discontinuità nell'origine degli assi: la rotazione Θ resta nulla finché M non attinge un valore M_0 , che coincide con il *momento di ribaltamento* sotto forze statiche; M quindi decresce al crescere di Θ (secondo una relazione lineare nel campo dei piccoli angoli di rotazione) e si annulla in corrispondenza dell'angolo Θ_{cr} per cui il baricentro si trova sulla verticale dell'asse di rotazione; se l'angolo di rotazione eccede questo valore critico il momento della forza peso diventa destabilizzante.

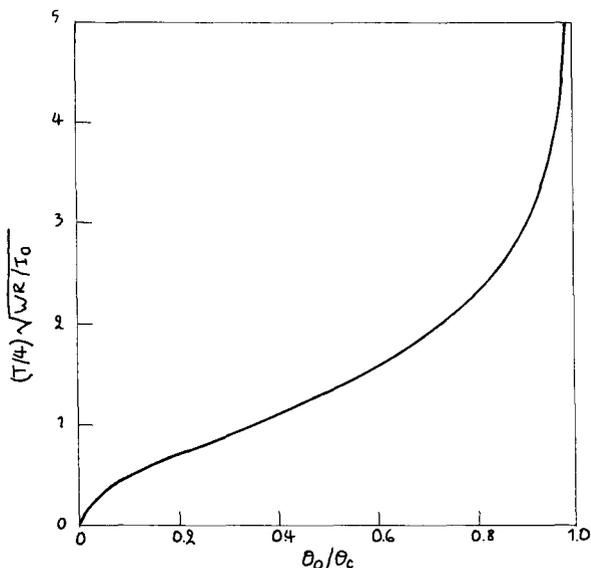


Fig. 25. Relazione tra ampiezza e periodo dell'oscillazione del blocco di Fig. 23.

Dal descritto tipo di relazione $M-\Theta$, che risulta intrinsecamente connesso al modello in esame e rende impossibile interpretarne il comportamento dinamico e la risposta sismica sulla base dei concetti di *flessibilità* e *duttilità* adoperati per gli usuali sistemi strutturali, derivano varie conseguenze sul comportamento del blocco. Innanzitutto, è necessario un momento finito per innescare il moto: se l'azione esterna è un moto orizzontale del suolo, esiste quindi un valore minimo dell'accelerazione, che può essere definito *soglia sismica*, al di sotto del quale il moto del blocco non inizia. In assenza di forze esterne, l'equilibrio statico del blocco, stabile finché (in valore assoluto) $\Theta < \Theta_{cr}$, diventa instabile per $\Theta = \Theta_{cr}$: raggiunto tale angolo, quindi, il blocco si ribalta, ammenochè non siano presenti forze d'inerzia tali da ripristinarne l'equilibrio. Se l'azione inizialmente impressa è di carattere impulsivo, si può determinare il valore dell'impulso necessario a imprimere al blocco una inerzia rotazionale sufficiente a raggiungere Θ_{cr} .

Si noti infine che studiando il moto di oscillazione libera del blocco, si trova (Muto *et al.*, 1960; Housner, 1963) che il periodo dipende fortemente dall'ampiezza della rotazione (Fig. 25). Non si può pertanto definire un'unica *frequenza naturale* (o *frequenza propria*) del blocco. In particolare, come si vedrà, il moto libero del blocco è un'oscillazione smorzata, cioè un'oscillazione la cui ampiezza diminuisce ad ogni urto: quindi — in accordo al diagramma di Fig. 25 — diminuisce anche il tempo tra due urti consecutivi.

3.1.2. Il fenomeno dell'urto : l'approccio tradizionale

L'altra particolarità specifica del problema in esame sta nell'urto che si produce quando il blocco viene bruscamente a contatto con la superficie d'appoggio (ovvero due blocchi adiacenti vengono a contatto tra loro).

Durante un *urto* due corpi solidi si scambiano forze intense, ma di breve durata: si può di solito distinguere tra una fase attiva dell'urto (durante la quale una parte dell'energia cinetica del sistema viene utilizzata per deformare i corpi, e alla fine della quale tutta l'energia disponibile è stata trasformata in energia di deformazione) ed una passiva (nella quale i corpi restituiscono, in tutto od in parte, l'energia assorbita). La variazione (diminuzione) della quantità di moto (e/o del suo momento) durante l'urto è eguale alla somma vettoriale dell'impulso assorbito nella fase attiva e di quello restituito nella fase passiva (o dei loro momenti). Il rapporto tra il valore assoluto dell'impulso restituito e di quello fornito, che può assumere un valore compreso tra zero ed uno, si definisce *coefficiente di restituzione* α : se $\alpha = 1$, tutta l'energia assorbita viene restituita al sistema (urto perfettamente elastico); se al contrario $\alpha = 0$, tutta l'energia disponibile viene dissipata all'interno dei corpi (urto perfettamente anelastico); valori intermedi di α corrispondono a situazioni comprese tra questi casi estremi. Il valore di α è fornito, per ogni materiale, da dati derivanti da sperimentazione.

3.1.3. L'urto nel moto del blocco rigido

Nel caso specifico di blocchi rigidi che urtano superfici rigide, il problema dell'urto è più complesso. Infatti, anche ammettendo che il materiale sia perfettamente elastico, le condizioni di conservazione della quantità di moto e del suo momento non sono in genere sufficienti a determinare il moto del sistema dopo l'urto, a causa della indeterminatezza della distribuzione delle tensioni sulla estensione finita delle superfici coinvolte nell'urto, che rende ignoto il punto di applicazione dell'impulso.

Per esempio, riprendendo in esame il blocco rigido di Fig. 23 in rotazione intorno allo spigolo O , la risultante dell'impulso trasmesso e restituito durante l'urto può passare per qualsiasi punto del segmento OO' . Seguendo Housner (1963), si può però introdurre l'ipotesi che nell'urto non vari il momento della quantità di moto rispetto ad O' , centro di rotazione dopo l'urto (il che equivale ad assumere che l'impulso passi per il punto limite O' poiché in tal caso il momento dell'impulso intorno a O' risulta comunque nullo). Il valore della velocità angolare dopo l'urto si ottiene quindi imponendo la conservazione del momento della quantità di moto intorno ad O' ; il rapporto tra le velocità angolari dopo e prima dell'urto risulta dipendere solo dal rapporto H/B tra l'altezza e la larghezza (*snellezza*)

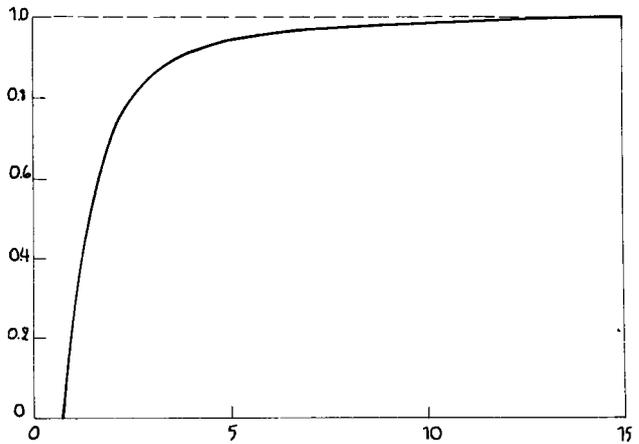


Fig. 26. Relazione tra rapporto di snellezza e coefficiente di restituzione per il blocco di Fig. 23 (da Housner, 1963).

del blocco: esso assume valori non superiori ad 1 e diventa negativo per $H/B < 1/\sqrt{2} \cong 0.707$, secondo il diagramma della Fig. 26.

Si noti che nel modello di urto tra corpi rigidi perde di senso la tradizionale distinzione tra fenomeno elastico ed anelastico; si ha comunque una dissipazione di energia, poichè la velocità (nel caso considerato, la velocità angolare) diminuisce: il rapporto tra le velocità dopo e prima l'urto può anch'esso venir considerato come un *coefficiente di restituzione*.

3.1.4. Oscillazioni libere

Il moto libero del blocco in esame dopo l'urto è una rotazione, rallentata dal momento di richiamo gravitazionale M (Fig. 24). Se il moto è stato iniziato imprimendo al blocco una velocità di rotazione sufficientemente grande, dopo l'urto l'inerzia rotazionale — nonostante la diminuzione della velocità — può essere ancora tale da far raggiungere al blocco il valore critico dell'angolo Θ_{cr} , e quindi ribaltarsi. Se invece si immagina di innescare il moto lasciando libero il blocco con un angolo non superiore a Θ_{cr} , la rotazione dopo l'urto si fermerà prima di raggiungere — Θ_{cr} e il blocco ritornerà indietro: iniziano così oscillazioni libere di ampiezza decrescente (e quindi, per quello che si è detto al termine del § 3.1.1., di frequenza crescente).

3.2. Blocco rigido libero di muoversi su suolo rigido

Sinopoli (1987), nel trattare il moto dei sistemi a blocchi, introduce un diverso approccio (che si può definire *cinematico*) al problema dell'urto, che viene visto come l'introduzione subitanea di un vincolo monolaterale con attrito. Con questo approccio non è necessario imporre il tipo di moto dopo l'urto: si rimuove cioè l'ipotesi b del § 3.1. e si lascia al blocco la possibilità sia di ruotare sia di traslare.

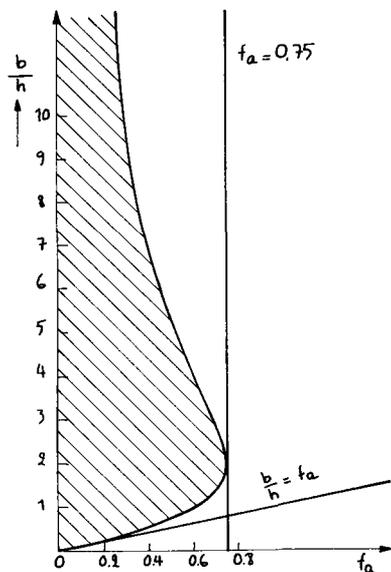


Fig. 27. Area in cui l'attrito non è sufficiente ad assicurare il moto rotatorio del blocco attorno ad uno spigolo (da Sinopoli, 1987).

In particolare, durante la rotazione intorno a uno spigolo, quest'ultimo resta fermo solo se il rapporto tra la reazione tangenziale e quella normale è inferiore al *coefficiente di attrito* f_a (cfr § 1.2. e § 2.1.1.). In assenza di forze esterne, si dimostra (Sinopoli, 1987) che ciò avviene solo se f_a è tanto grande da *non* ricadere nell'area tratteggiata di Fig. 27.

Secondo l'approccio di Sinopoli (1987) e Augusti e Sinopoli (1988), l'urto restituisce quindi al sistema tutti i suoi possibili gradi di libertà, anche se non attivati nel moto antecedente: il moto susseguente è reso determinato dal « principio di minima costrizione » di Gauss, che nello specifico problema in esame coincide con il *teorema di Robin* secondo il quale, in assenza di impulsi esterni, fra tutti i moti possibili dopo l'urto, quello reale rende minima l'energia cinetica connessa con le brusche variazioni della velocità, nel rispetto dei vincoli improvvisamente introdotti. Tenendo conto che, nelle ipotesi fatte, all'atto dell'urto le velocità dei punti che vengono a contatto sono ortogonali e dirette verso la superficie di contatto, mentre dopo l'urto la loro componente ortogonale dovrebbe essere diretta in verso contrario, la condizione di minimo indica che il blocco tende a traslare: del resto, all'atto dell'urto il baricentro del blocco possiede una componente di velocità parallela alla superficie d'appoggio. Pertanto, il moto immediatamente dopo l'urto è una *rototraslazione*, il cui centro C (Fig. 28) si trova al di sotto dello spigolo opposto a quello intorno al quale il blocco ruotava prima dell'urto, ad una distanza dalla superficie di contatto che dipende solo dal già definito rapporto di *snellezza* H/B , e in particolare tende a zero per H/B crescente, mentre è infinita (moto di traslazione) per $H/B \leq \sqrt{2}$ (blocchi tozzi) (Augusti e Sinopoli, 1988).

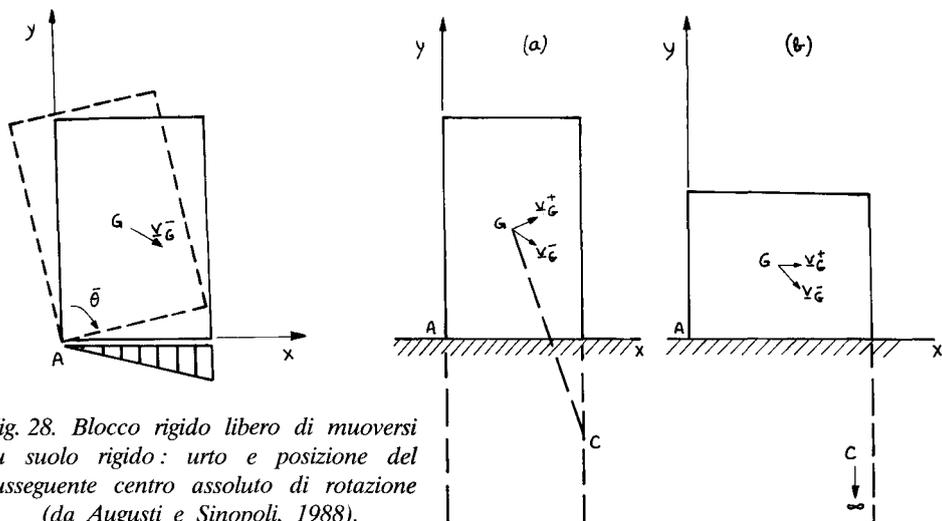


Fig. 28. Blocco rigido libero di muoversi su suolo rigido: urto e posizione del susseguente centro assoluto di rotazione (da Augusti e Sinopoli, 1988).

Dopo l'urto, la componente traslatoria del moto è ritardata dall'attrito, che dissipa energia, e quella rotatoria dal momento di richiamo gravitazionale. Se l'attrito e la velocità di rotazione dopo l'urto sono sufficientemente grandi, il centro di rotazione C risale verso lo spigolo di contatto e la traslazione può esaurirsi prima della rotazione: in tal caso il moto prosegue con la rotazione del blocco, traslato, intorno allo spigolo. Si innesca così un moto analogo a quelli illustrati al § 3.1.4., ma includente fasi con componenti traslatorie; in ogni caso, il blocco raggiunge Θ_{cr} , e quindi si ribalta, solo se l'inerzia rotazionale iniziale è sufficientemente grande.

Val la pena notare immediatamente che questi risultati sembrano in grado di dare una giustificazione agli slittamenti tra rocchi che si possono notare in varie colonne classiche, e che possono essere conseguenze di forti scuotimenti sismici (Sinopoli, 1989).

3.3. Blocco rigido su appoggio elastico continuo

Al fine di eliminare le complicazioni provocate nello studio del moto del blocco dalla discontinuità nella relazione $M-\Theta$, vari Autori hanno proposto di sostituire il contatto monolaterale rigido con uno strato deformabile, creando così un modello a comportamento elastico, almeno inizialmente (cfr Fig. 29). Il fenomeno dell'urto scompare così dal modello meccanico adottato, il che certamente comporta una notevole facilitazione nella trattazione analitica, ma anche una grossolana semplificazione della realtà fisica.

Il più semplice modello con comportamento del tipo di Fig. 29 è un blocco rigido poggiato su una fondazione cosiddetta *alla Winkler*, cioè costituita da infinite molle tra di loro indipendenti, elastiche a compressione

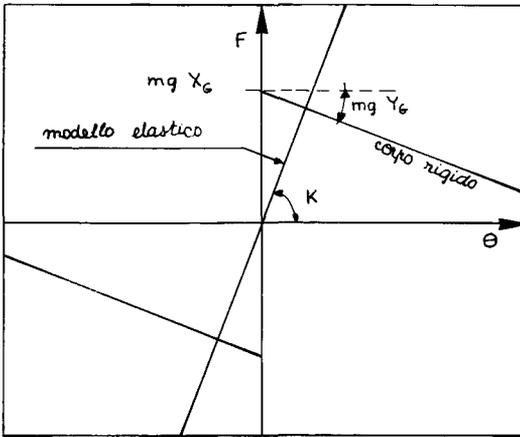


Fig. 29. Andamento qualitativo del momento di richiamo per un sistema di corpi rigidi e per un sistema elastico.

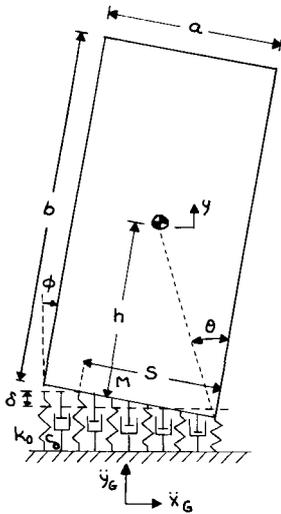


Fig. 30. Blocco rigido su fondazione alla Winkler (con eventuali smorzatori).

e non reagenti a trazione (Fig. 30). Di solito per questo modello si mantiene l'ipotesi di moto piano; si assume inoltre che le forze di attrito siano sufficienti ad impedire slittamenti tra la base del blocco e la fondazione e che il giunto non sia deformabile a taglio. Sotto queste ipotesi, il sistema possiede due gradi di libertà: spostamento verticale v e rotazione nel piano del moto Θ . (È stato peraltro notato che nel caso di blocchi molto tozzi lo spostamento orizzontale del modello di Fig. 30 potrebbe risultare non trascurabile).

Anche se i coefficienti elastici della fondazione sono assunti costanti ed indipendenti dall'ampiezza e dalla frequenza del moto, le equazioni che lo governano risultano non lineari in quanto sono consentiti distacchi tra la base del blocco e la superficie di appoggio. In linea di massima, il

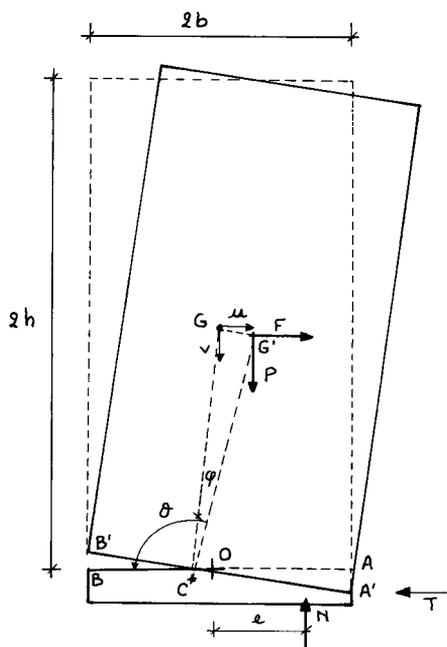


Fig. 31. Blocco rigido su strato deformabile parzializzato (da Blasi e Spinelli, 1986).

distacco provoca un aumento della deformabilità del giunto e quindi un aumento del periodo apparente di oscillazione del sistema, nonché l'eccitazione di oscillazioni verticali anche per azioni puramente orizzontali. (Altre cause di non linearità nascono se si considera anche la possibilità di un comportamento anelastico delle molle (Psycharis, 1981) e/o si tiene conto dell'ampiezza finita del moto del corpo rigido (Angotti e Toni, 1982)). Al fine di tenere conto della dissipazione di energia causata dall'urto inelastico che avviene quando il blocco riprende pieno contatto con la fondazione, si possono introdurre smorzatori lineari ad elevata viscosità (Fig. 30).

Modelli simili, con poche varianti, sono stati adoperati, tra gli altri, da Psycharis (1981), Angotti e Toni (1982), Blasi e Spinelli (1986). In particolare, questi ultimi autori hanno costruito la relazione tra momento e rotazione per il blocco su cuscino deformabile (analoga a quelle di Fig. 24 e Fig. 29) introducendo una forza statica orizzontale F nel baricentro del blocco. Mantenendo l'ipotesi di giunti infinitamente rigidi a taglio (e quindi supponendo che i punti delle zone di contatto subiscano soltanto spostamenti normali al piano del giunto) la situazione deformata di un blocco, nel caso di appoggio parzializzato, è descritta nella Fig. 31; risulta evidente che il modello ha inizialmente comportamento lineare, ma se ne discosta con il parzializzarsi della sezione, fino a che, per grandi rotazioni, il contatto si esercita su una superficie così piccola che il comportamento non differisce molto da quello del blocco rigido rotante intorno ad uno spigolo, com'è confermato dalle relazioni tipiche momento-rotazione, riportate in Fig. 32.

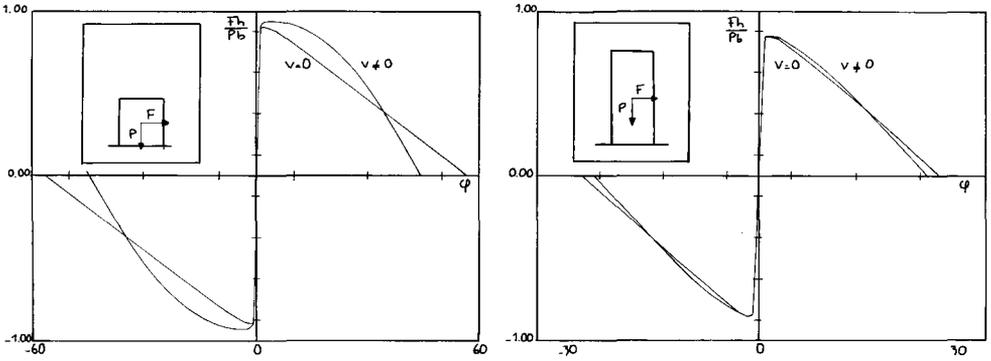


Fig. 32. Relazioni momento-rotazione per il blocco di Fig. 31 (da Blasi e Spinelli, 1986).

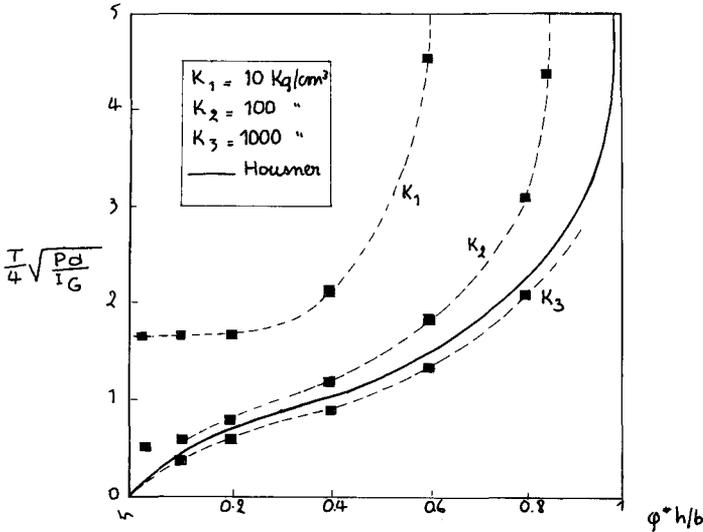


Fig. 33. Periodi di oscillazione libera di blocchi rigidi su suolo rigido (linea continua) o deformabile (linee tratteggiate), in funzione dell'ampiezza (da Blasi e Spinelli, 1986).

Nella stessa Fig. 32 si mette in risalto l'effetto della semplificazione consistente nel trascurare la componente verticale v dello spostamento medio.

La dinamica del modello è stata affrontata in Blasi e Spinelli (1986) per via numerica, introducendo ulteriori ipotesi semplificative, giustificate dalle applicazioni specifiche, che hanno permesso di ottenere le soluzioni senza particolari problemi. Nella Fig. 33 si mettono a confronto i valori del periodo di oscillazione libera (in funzione dell'ampiezza di rotazione) del blocco rigido su suolo rigido (curva continua; cfr Fig. 25) e quelli del blocco su strato deformabile (curve tratteggiate), ottenuti numericamente per tre diversi valori del modulo di rigidezza K della fondazione, definito come rapporto tra la tensione normale in un punto e la corrispondente defor-

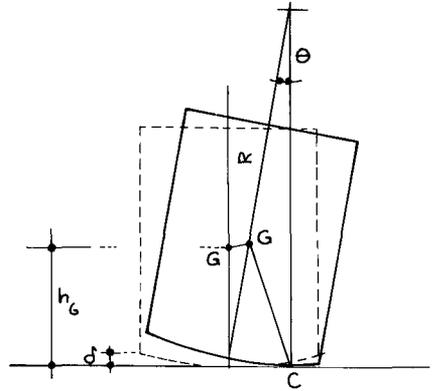


Fig. 34. Schema del moto di un blocco rigido con superficie di contatto curva (da Giannini, 1985).

mazione. I tratti orizzontali delle curve di Fig. 33 corrispondono ad oscillazioni senza parzializzazioni del giunto di base: in questo caso si resta nel campo dell'elasticità, e quindi esiste una *frequenza propria* di risonanza del sistema blocco-fondazione, come era stato già riconosciuto in Muto *et al.* (1960). Blasi e Spinelli (1986) dichiarano inoltre esplicitamente che, oltre un certo valore del rapporto tra la tensione tangenziale e normale, il blocco perderebbe l'aderenza e si produrrebbero scorrimenti.

3.4. Blocco rigido con superficie di appoggio cilindrica

Una relazione momento-rotazione simile a quella ottenuta introducendo uno strato elasticamente deformabile (Figg. 29 e 32) si può anche ottenere, secondo una proposta di Giannini (1985), considerando invece un blocco rigido con superficie di base cilindrica, poggiato su suolo rigido (Fig. 34): in tal modo il centro di rotazione del blocco non si sposta bruscamente da uno spigolo all'altro ma migra tra questi estremi con continuità per effetto del moto di rotolamento del blocco. Non si ha un fenomeno di *urto*, ma un vincolo mobile con continuità.

All'originale proposta di questo modello non sembrano aver fatto seguito esempi ed applicazioni. Si può comunque notare che, sebbene questo e il precedente modello diano luogo a comportamenti simili, la loro giustificazione fisica è notevolmente diversa; infatti, mentre nel modello di Fig. 34 l'inclinazione del tratto iniziale della legge carico-deformazione dipende esclusivamente da grandezze geometriche (forma e dimensioni del blocco, raggio di curvatura R dell'imperfezione della superficie di contatto), nel modello con strato elastico essa dipende dalla rigidità K delle molle, la quale, evidentemente, dovrebbe a sua volta dipendere dalle caratteristiche del materiale con cui sono realizzati blocchi e giunti, e dalle loro dimensioni. Il problema di taratura delle due grandezze R e K può però essere ritenuto operativamente simile, poichè nessuna delle due grandezze può essere controllata, se non *a posteriori*.

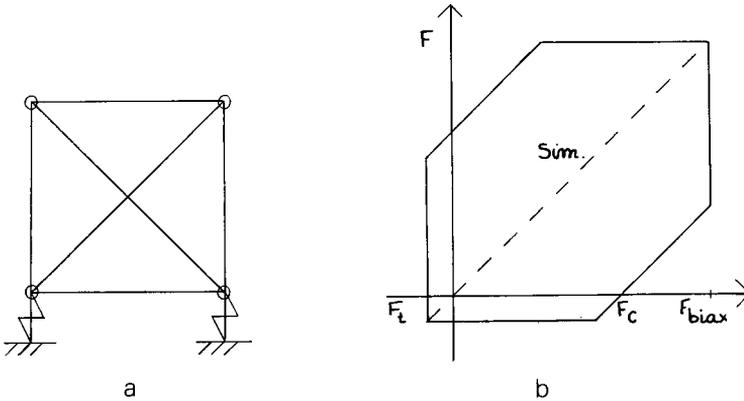


Fig. 35. Schematizzazione di blocco deformabile e del suo dominio di resistenza.

3.5. Blocco deformabile su appoggio con deformabilità concentrata

Un altro modello dinamico, notevolmente diverso dai precedenti, è stato recentemente proposto da Andreaus (1989), a seguito degli studi riassunti al § 2.2. Il blocco è considerato deformabile, e viene schematizzato come una *cella* formata (Fig. 35a) dall'assemblaggio di aste reticolari, governate dalla legge costitutiva di Fig. 19a e tali che la deformabilità e il dominio di resistenza (Fig. 35b) della cella siano equivalenti a quelle del blocco lapideo (Andreaus, 1922). La massa del blocco è concentrata nei nodi, due dei quali poggiano (Fig. 35a) su un vincolo deformabile, dotato di proprie caratteristiche di deformabilità e resistenza sia assiali (Fig. 19b) che tangenziali (Fig. 20).

È stato sviluppato uno studio della risposta dinamica piana del modello sopra descritto, ai cui vincoli vengono imposti due picchi di accelerazione sia verticale che orizzontale (Fig. 36). Nella Fig. 37 sono riportati i diagrammi, in funzione del tempo, delle deformazioni e delle sollecitazioni in uno dei vincoli (in particolare, quello di destra), nonché la relazione tra forza tangenziale T e scorrimento s .

3.6. Applicazioni ; sistemi di più blocchi

Per ciascuno dei modelli di comportamento sopra descritti è possibile un'estensione a sistemi a più blocchi.

3.6.1. Blocchi e giunti rigidi

L'ipotesi di blocchi rigidi fu per esempio adottata da Muto *et al.* (1981) per elaborare una procedura volta all'analisi dinamica tridimensionale di sistemi costituiti da blocchi rigidi di forma poliedrica regolare, usati nei reattori per il raffreddamento di gas ad alte temperature (Fig. 38).

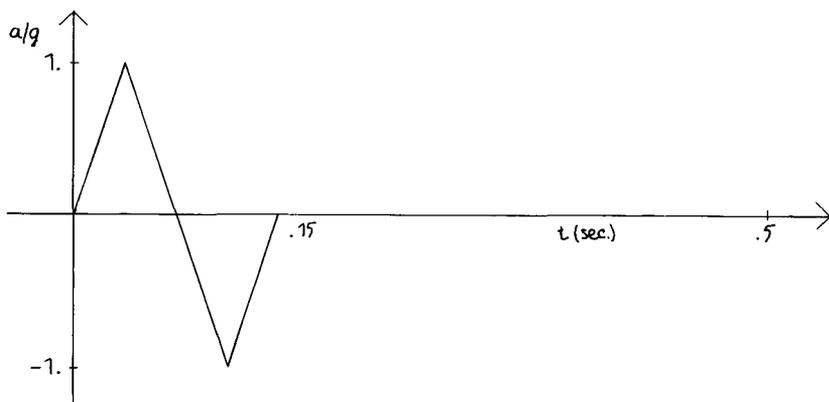


Fig. 36. Diagramma delle accelerazioni applicate ai vincoli del blocco di Fig. 34.

Nel campo delle strutture di maggior interesse nel presente contesto, vari studi sono stati dedicati alla modellazione dinamica di colonne multi-blocco (cioè formate da più *rocchi*) e di insiemi di colonne.

Tra queste, citiamo i lavori di Giannini (1984 ; 1985) sul comportamento dinamico piano di un numero arbitrario di blocchi rigidi sovrapposti. Egli fa (Fig. 39) l'ipotesi che due blocchi successivi possano ruotare l'uno rispetto all'altro intorno a uno spigolo comune, ovvero restare completamente a contatto tra loro, e cioè muoversi solidamente : nel primo caso, devono essere verificate le equazioni di equilibrio intorno al punto di rotazione ; nel secondo, per la monolateralità del vincolo la risultante del sistema di forze trasmesso tra i due blocchi deve avere una retta d'azione che cade all'interno della superficie di contatto. Quando due o più blocchi si urtano, l'impulso si trasmette a tutti i blocchi del sistema. Per due blocchi non direttamente coinvolti nell'urto, che si trovano in moto relativo tra di loro, l'impulso dovrà necessariamente passare attraverso il punto di contatto : ciò implica la conservazione del momento della quantità di moto, rispetto a detto punto di contatto, dell'insieme dei blocchi sovrastanti. Per due blocchi solidali si ipotizza invece che l'urto non ne produca il distacco e che quindi le velocità di rotazione rimangano uguali anche dopo l'urto. Infine, per i due blocchi che si urtano si estende l'approccio di Housner descritto a proposito del blocco singolo (§ 3.1.3.) e quindi l'ipotesi di conservazione del momento della quantità di moto rispetto al centro della rotazione relativa dopo l'urto (che coincide con lo spigolo opposto a quello intorno al quale avveniva precedentemente la rotazione). Queste condizioni consentono di determinare, eventualmente attraverso una procedura iterativa, le velocità angolari di tutti i blocchi in moto libero nell'istante successivo ad un urto.

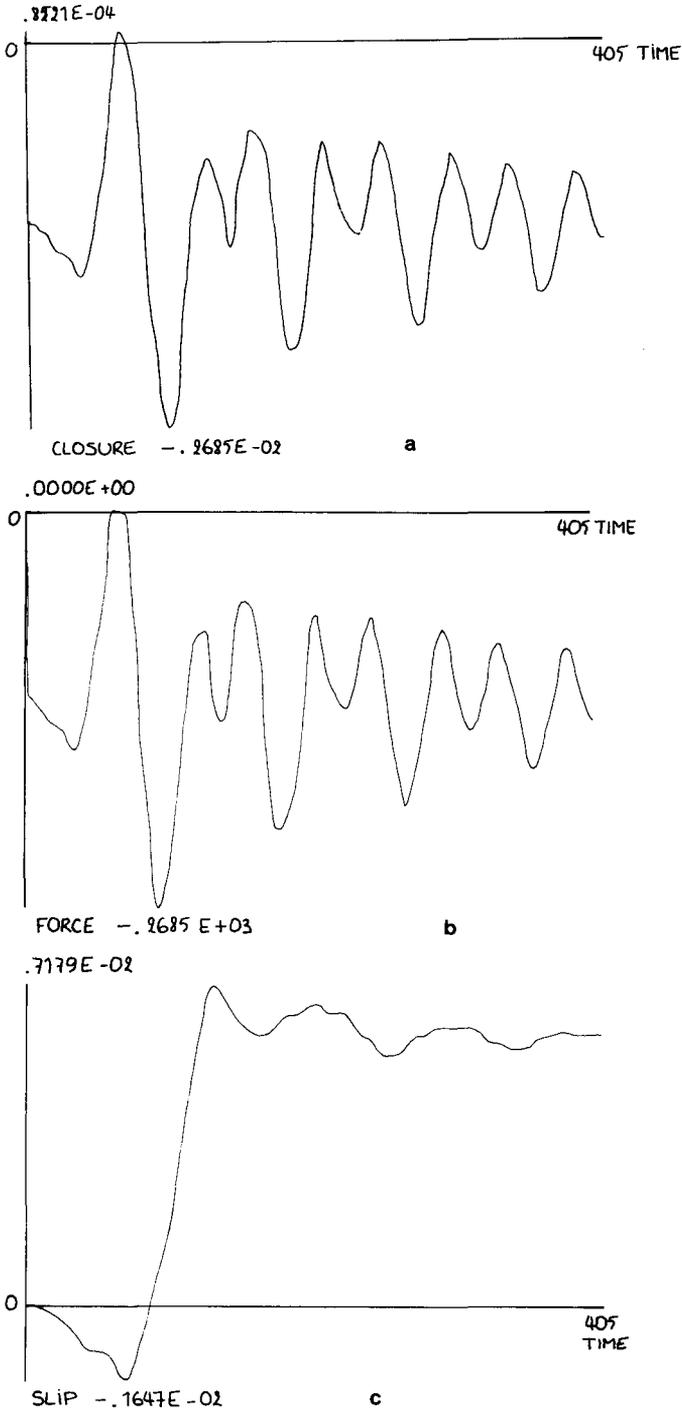


Fig. 37. Risposte del modello di Fig. 35 al carico di Fig. 36: a-d) storie temporali: a) accorciamento (schiacciamento); b) forza assiale; c) scorrimento.

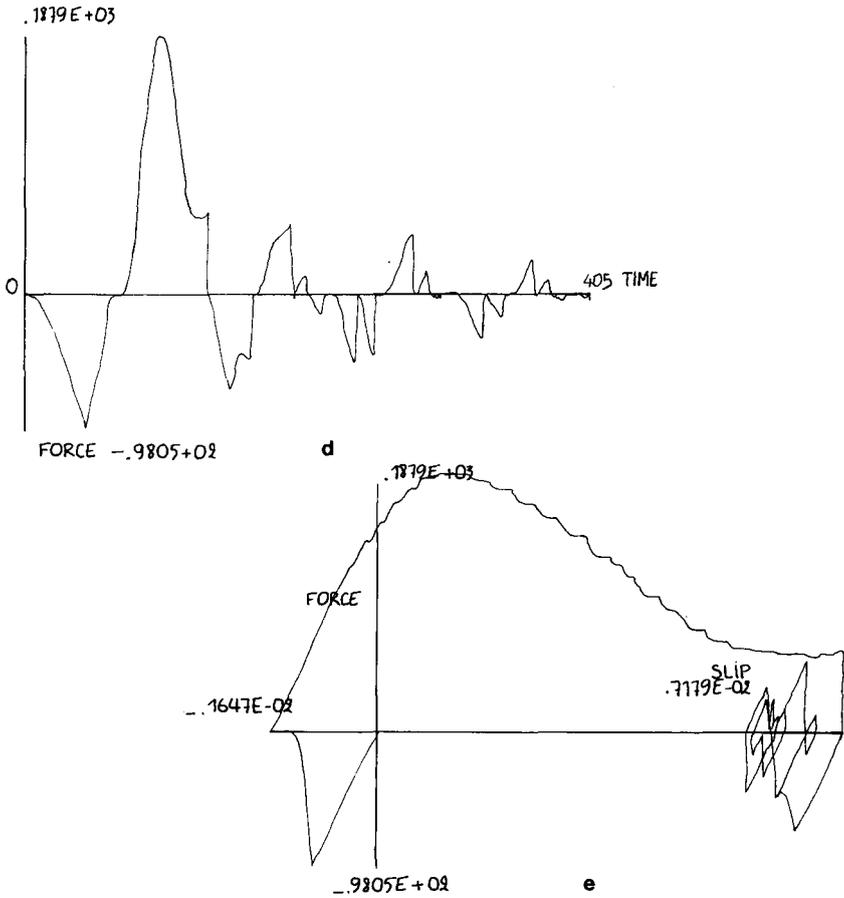


Fig. 37. Risposte del modello di Fig. 35 al carico di Fig. 36: a-d) storie temporali: d) forza di taglio; e) relazione tra forza di taglio e scorrimento.

L'approccio di Sinopoli (§ 3.2.) è stato applicato in Augusti e Sinopoli (1988) allo studio della dinamica libera e forzata di varie tipologie monumentali quali colonne multiblocchi e colonnati. I blocchi costituenti le strutture esaminate sono assunti rigidi e soggetti a vincoli monolaterali con attrito. Sono discussi i vari meccanismi possibili (Figg. 40, 41); in particolare, il moto del colonnato è decomposto in due moti piani, denominato rispettivamente *parallelo* (Fig. 40a) e *perpendicolare* (Fig. 40b). Si sono quindi tracciati (Fig. 42) diagrammi carico-rotazione che estendono quello di Fig. 24: si è così riconosciuto che per il colonnato la *soglia sismica* (cioè — secondo la definizione data al § 3.1.1. — l'accelerazione orizzontale al di sotto del quale il moto non comincia) è sempre superiore a quella della corrispondente colonna isolata, mentre la rotazione critica Θ_{cr} è maggiore nel moto parallelo

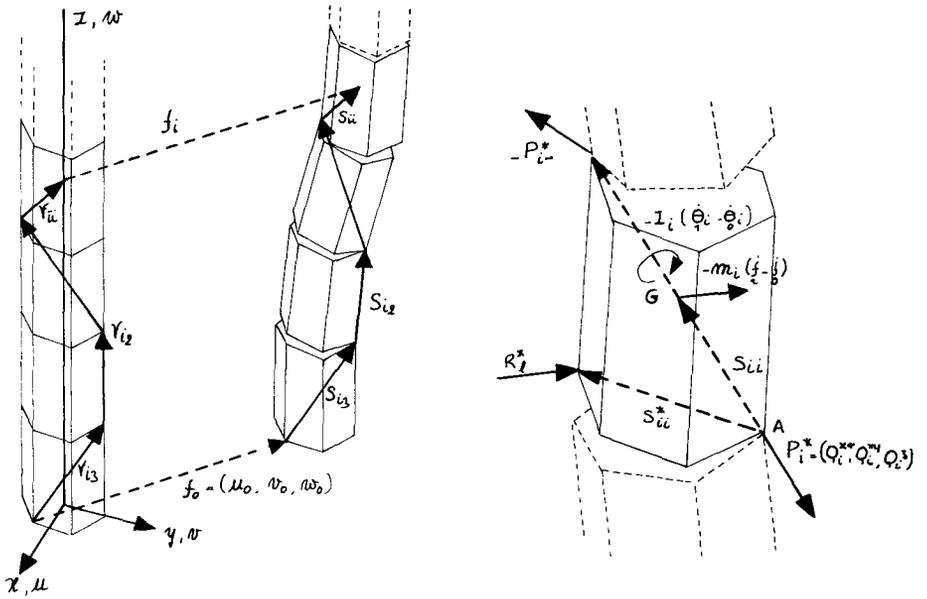


Fig. 38. Sistema spaziale di blocchi sovrapposti (da Muto et al., 1981).

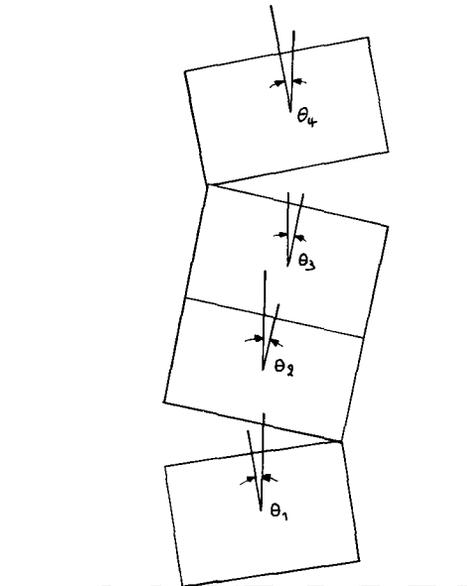


Fig. 39. Colonna multiblocco in moto piano (da Giannini, 1984).

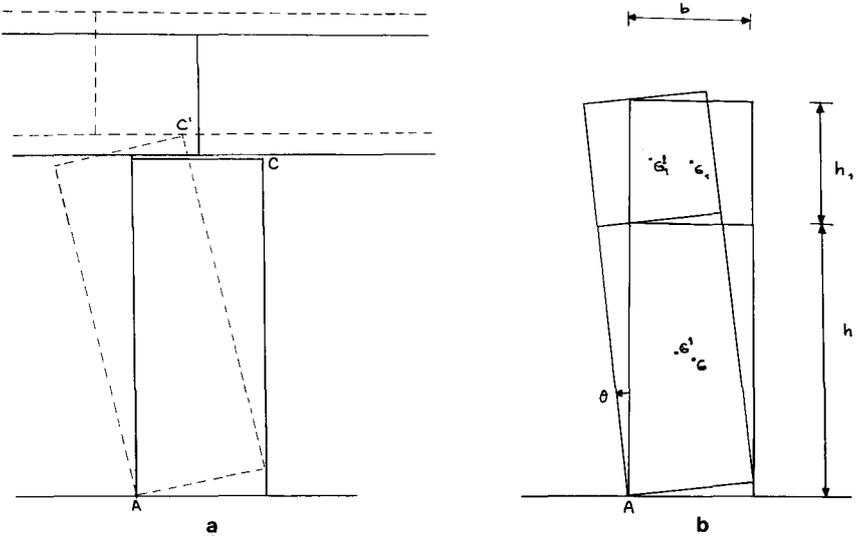


Fig. 40. Schematizzazione dei moti possibili per un colonnato: a) «moto parallelo» (cioè nel piano del colonnato); b) moto «perpendicolare» (cioè ortogonale al piano del colonnato) (da Augusti e Sinopoli, 1988).

e inferiore nel moto perpendicolare (nel quale, una volta innescato il moto, il peso della trabeazione è chiaramente *destabilizzante*, Fig. 40b).

Per quanto riguarda la colonna multiblocchi (Fig. 43) si è riconosciuto che, con gli usuali rapporti dimensionali, il moto di solito non comporta rotazioni relative (Fig. 43a), anche se susseguentemente ad un urto i rocchi possono scorrere l'uno sull'altro (Fig. 43b). Considerando trascurabile — come è quasi sempre lecito — l'alterazione della geometria della colonna dovuta a tali slittamenti, la risposta della colonna si può quindi studiare come se la colonna fosse monolitica. Con queste premesse, si è svolta una indagine parametrica sulla risposta della colonna soggetta ad oscillazioni orizzontali sinusoidali del suolo, riconoscendo (Fig. 44) che, a seconda dell'ampiezza e della frequenza dell'oscillazione forzante, il moto della colonna può essere *stabile* (cioè limitato), con periodo eguale a quello della forzante o a un suo multiplo, ovvero *instabile* (cioè portare al ribaltamento della colonna). I primi risultati, riassunti nella Fig. 44, sono stati di recente perfezionati ed ampliati.

3.6.2. Blocchi rigidi e giunti deformabili

Anche il modello a giunto deformabile è stato generalizzato al caso di più blocchi da Angotti *et al.* (1984; 1985) e da Blasi e Spinelli nel già citato Rif. (1986). In quest'ultimo lavoro, tra l'altro, è stata calcolata (Fig. 45) la risposta di una colonna con caratteristiche geometriche simili a quelle della Colonna di Foca (Foro Romano), formata da tre blocchi tra cui è

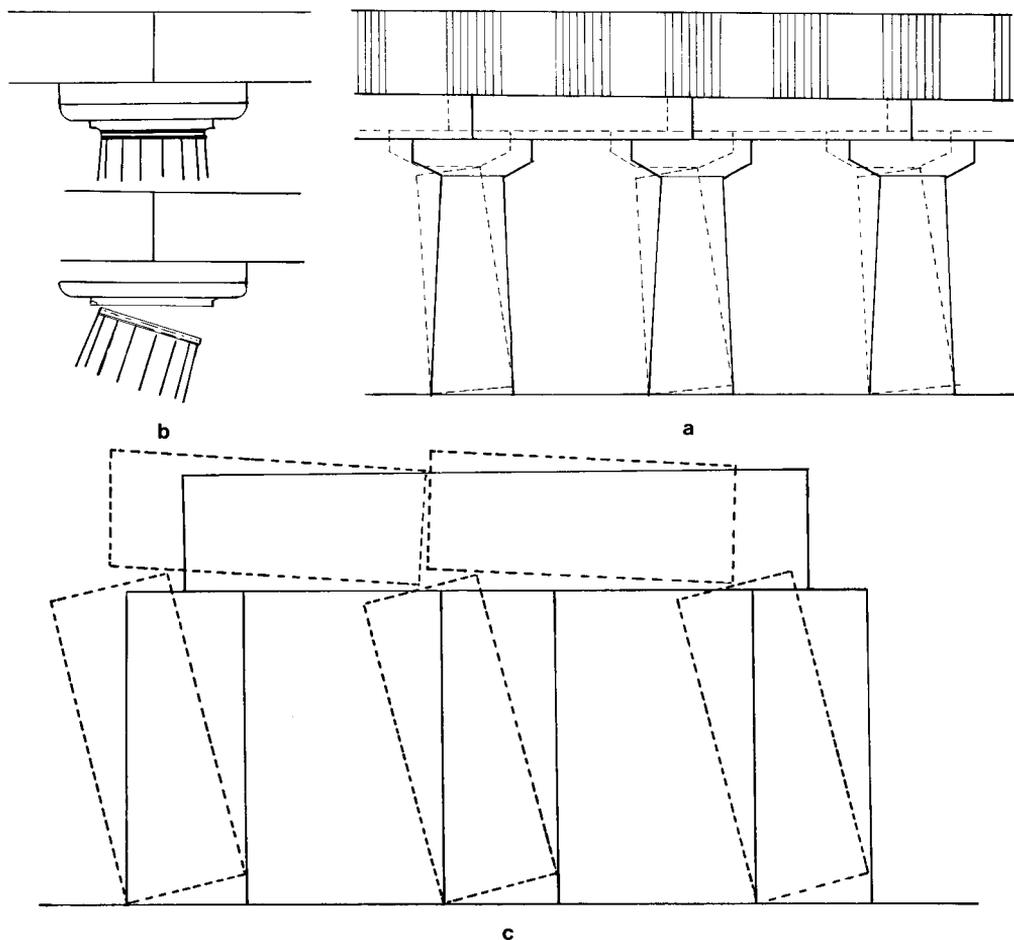


Fig. 41. Aspetti del «moto parallelo» di un colonnato: a) moto con architravi solidali; b) funzione del capitello nel meccanismo precedente; c) moto parallelo con architravi scollegate (da Augusti e Sinopoli, 1988).

interposto uno strato elastico con modulo di rigidezza $K = 500 \text{ kg/cm}^3$, soggetta ad una oscillazione sinusoidale del suolo di ampiezza 0.1 g e periodo 1, 2 o 3 secondi. La Fig. 45 mostra che i tre blocchi si muovono sostanzialmente in fase tra loro, con lo stesso periodo (circa 2 secondi) qualunque sia quello della forzante, ma con ampiezze maggiori al crescere del periodo di quest'ultima: evidentemente in tutti e tre i casi le parziali- zazioni sono molto limitate e si resta sostanzialmente nel campo della linearità (che corrisponde al tratto orizzontale della relazione di Fig. 33, e quindi all'esistenza di una *frequenza propria* della struttura). È stata altresì calcolata (Figg. 46, 47) la risposta di un modello meccanico del Tempio di Saturno eccitato da un moto della base di appoggio ricavato amplificando di tre volte il sisma rilevato nel Novembre 1980 a Mercato San Severino.

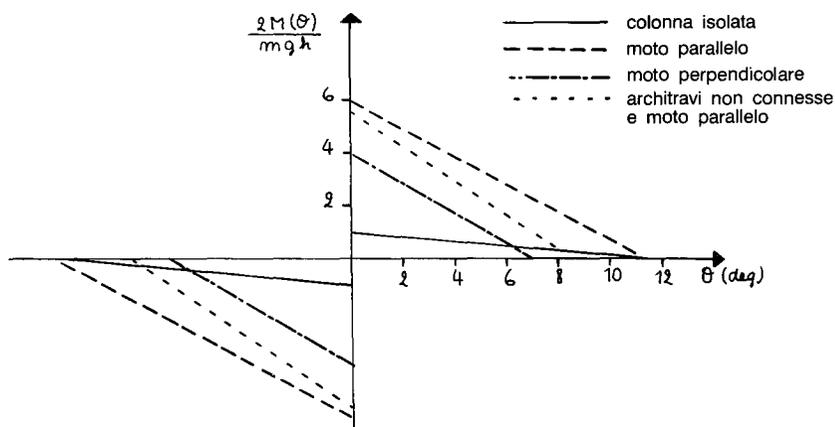


Fig. 42. Momento di richiamo gravitazionale M in funzione dell'angolo di rotazione Θ (da Augusti e Sinopoli, 1988).

In effetti, l'ipotesi dell'esistenza di un cuscinio fittizio con deformabilità lineare monolaterale tra due blocchi sembra agli scriventi fisicamente più giustificata che nel caso di giunto tra blocco e fondazione, anche se la connessione tra i blocchi è in genere realizzata a secco, purchè si usino valori abbastanza alti del modulo di rigidezza K : in tal caso infatti il comportamento d'insieme non si discosta sostanzialmente da quello che si avrebbe con giunti rigidi, mentre la deformabilità del cuscinio può simulare, entro certi limiti, la deformabilità dei blocchi, in quanto questa risulta in buona parte concentrata in zone prossime alle zone di contatto, soprattutto nel caso di parzializzazione delle sezioni. Inoltre, interpretando i risultati con cautela, l'introduzione del cuscinio permette di stimare le tensioni di contatto normali e tangenziali tra i blocchi, e anche di simulare eventuali dissesti nei giunti e di valutarne l'entità sulla base del valore del modulo K che fa coincidere il comportamento calcolato teoricamente e quello rilevabile sperimentalmente. Si è infatti notato che la deformabilità dei giunti varia sensibilmente in funzione della situazione di degrado; per esempio, da prove effettuate su colonnati del Foro Romano (cfr § 4.2.), sono stati stimati per K valori compresi tra 10 e 2000 kg/cm^3 , con una prevalenza di valori intorno a 400-500 kg/cm^3 .

Recentemente, Blasi e Spinelli (1987) hanno ulteriormente esteso il modello, ipotizzando lo scorrimento senza attrito di un blocco sull'altro, una volta superata la forza limite di taglio.

Infine, gli stessi autori (1988) hanno applicato lo stesso modello di comportamento ad uno studio numerico del Tempio dei Castori in Roma, sviluppato in vista di interventi di restauro. Del cosiddetto Tempio dei Castori, costruito durante l'Impero di Augusto nel Foro Romano, soprav-

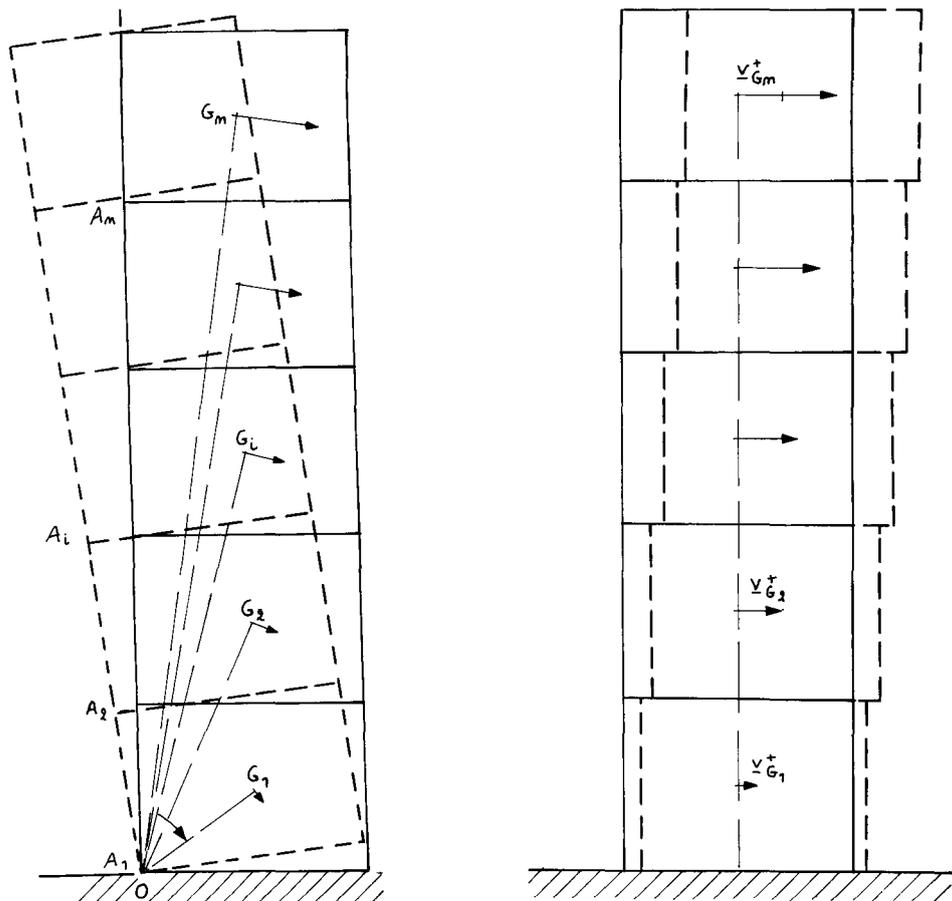


Fig. 43. Colonna multiblocchi: a) moto rotazionale; b) slittamenti successivi ad un urto (da Augusti e Sinopoli, 1988).

vivono tre colonne collegate da un'architrave (Fig. 48), la cui conservazione presenta una serie di problemi dovuti essenzialmente alla mancanza, in alcune sezioni di colonne, di materiale marmoreo, sostituito da malta. Il comportamento del monumento nel suo piano è piuttosto complicato: per comprenderlo qualitativamente ed ottenere qualche significativa indicazione sulle conseguenze di un restauro, ci si è dovuti quindi limitare a studiare i due schemi strutturali limiti di Fig. 49, che sono stati sottoposti a un sisma simulato, ottenuto ampliando di due volte la registrazione di Mercato S. Severino del 1980. Tipici risultati ottenuti per i due schemi nella situazione attuale (con solo un parziale contatto tra i rocchi) e nell'ipotizzata situazione restaurata (con il contatto pienamente ripristinato) sono mostrati nelle Fig. 50 e 51 rispettivamente. Altri calcoli numerici sono stati sviluppati a supporto e controllo di indagini sperimentali (cfr § 4.2.).

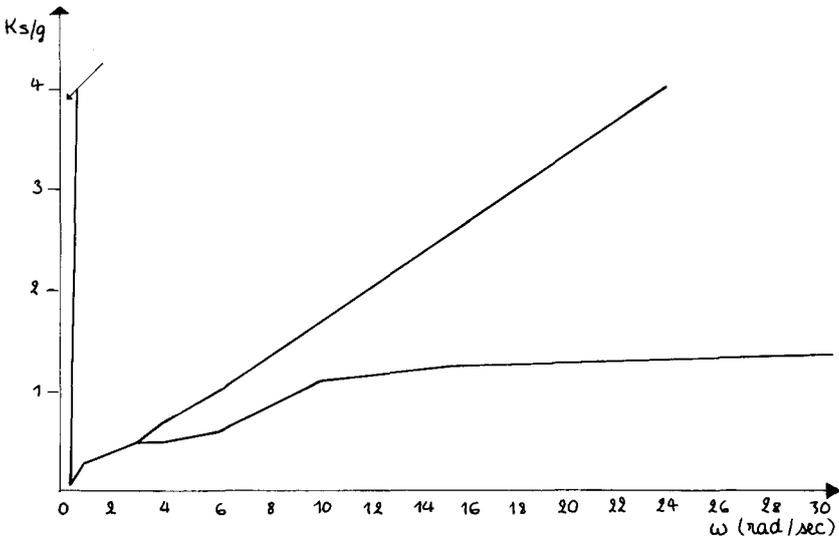


Fig. 44. Colonna isolata : regioni di risposta stabile e instabile ad una oscillazione armonica (sinusoidale) orizzontale di accelerazione massima K_s : a) risposta stabile con lo stesso periodo della forzante ; b) risposta stabile con periodo multiplo di quello della forzante ; c) risposta instabile (ribaltamento) (da Augusti e Sinopoli, 1988).

4. ESPERIMENTI SUL COMPORTAMENTO DINAMICO DELLE COSTRUZIONI A BLOCCHI

La controprova sperimentale è l'unica conferma incontrovertibile di qualsiasi teoria meccanica. Dovrebbe esser così anche nella Scienza delle Costruzioni, ma una discussione sul perchè quest'aspetto è oggi trascurato ci porterebbe troppo lontano. È comunque opportuno includere in questa Relazione la presentazione di almeno alcune tra le più significative prove di interesse diretto per le strutture che si stanno discutendo. Non è però certo possibile in questa sede passare sistematicamente in rassegna le numerose indagini sperimentali sul comportamento statico e dinamico delle murature e dei relativi materiali, anche se — a parere degli scriventi — sono ancora insufficienti le indagini volte allo studio dell'effettivo comportamento delle antiche murature in generale e delle costruzioni a blocchi in particolare. In questo Capitolo ci si limita quindi a una breve rassegna di esempi recentemente pubblicati — a nostro parere tra i più significativi — di prove volte a verificare o determinare *dal vivo* il comportamento dinamico di costruzioni a blocchi ed a confrontarlo con i risultati degli studi teorici e numerici.

4.1. Prove in laboratorio

Muto *et al.*, nel loro primitivo studio (1960), oltre a formulare il già menzionato modello analitico di blocco, sperimentarono fisicamente anche

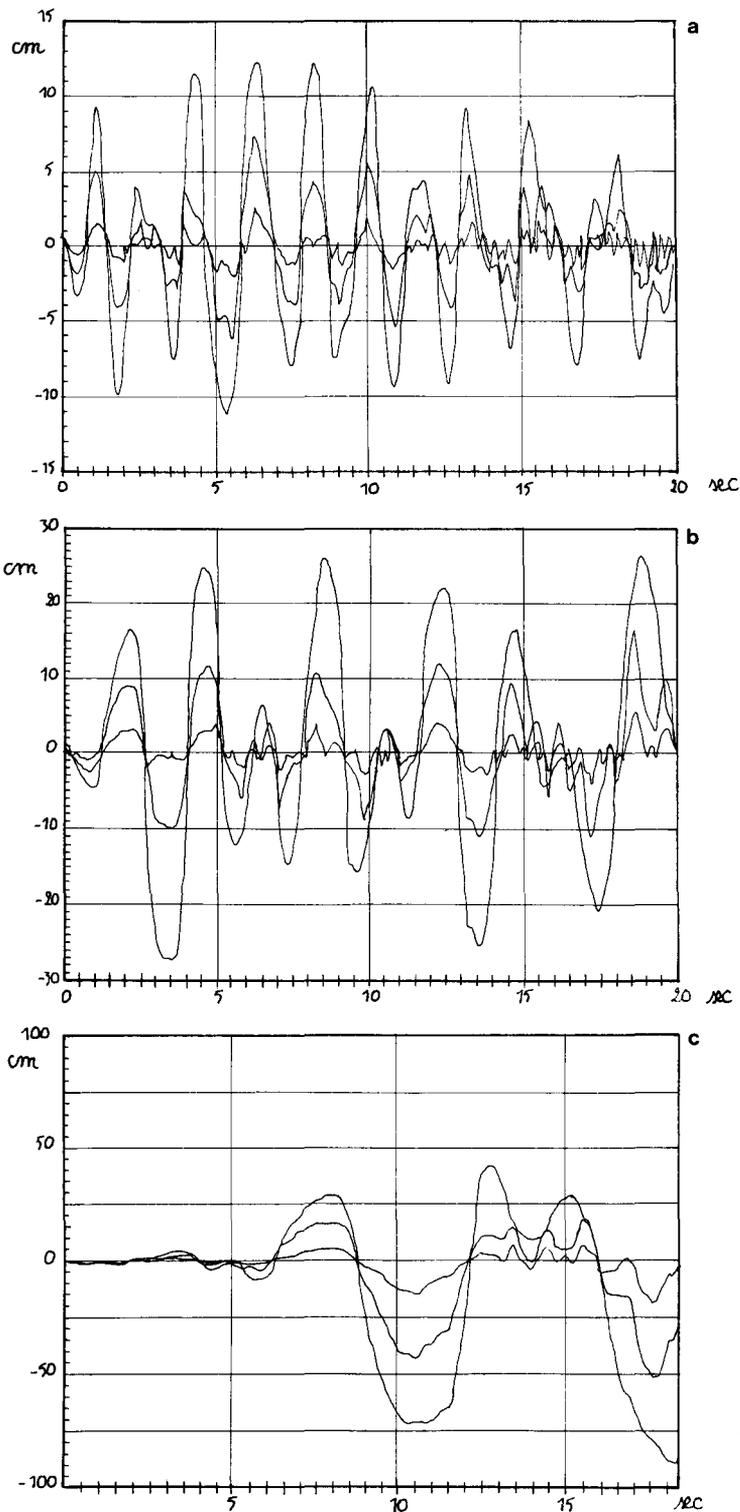


Fig. 45. Colonna simulante la Colonna di Foca formata da tre blocchi: risposta ad una oscillazione sinusoidale di periodo rispettivamente: a) 1 sec, b) 2 sec, c) 3 sec (da Blasi e Spinelli, 1986).

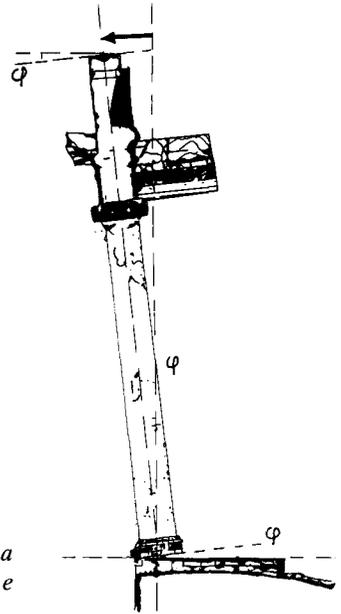
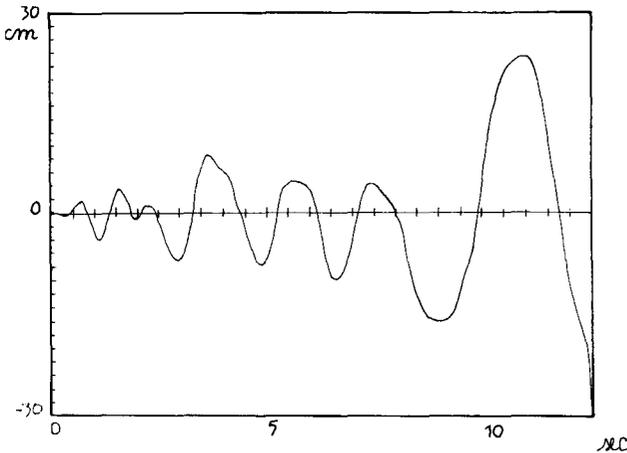


Fig. 46. Modello del Tempio di Saturno : risposta ad un sisma in direzione ortogonale al piano del colonnato (da Blasi e Spinelli, 1986).

le oscillazioni libere di modelli sia elastici che praticamente rigidi, su base rigida o deformabile. I principali risultati sperimentali sono riportati nei diagrammi della Fig. 52, analoghi, ad assi invertiti ed in scala logaritmica anzichè lineare, a quelli numerici della Fig. 33 : con questi ultimi diagrammi si possono confrontare in particolare i risultati ottenuti per i modelli sperimentali contrassegnati dalle sigle 2-A-2 e 2-B-2, costituiti da un blocco rigido su base rispettivamente di legno e di gomma dura.

Mentre i sopra citati risultati numerici e sperimentali confermano anche per il blocco su suolo deformabile l'assenza di una ben definita *frequenza naturale* di oscillazione, diverse potrebbero sembrare le indicazioni dei risultati sperimentali ottenuti da Giannini *et al.* (1986) su modelli in scala di una colonna antica (la colonna Antonina) soggetti ad azioni sinusoidali di frequenza ed intensità variabili.

Com'è noto, la colonna detta « Antonina », costruita nel 2.o Secolo d.C. in marmo di Carrara, è formata da 19 rocchi di altezza 1.55 m e diametro 3.80 m, scavati all'interno in modo da isolare una corona circolare spessa 60 cm, connessa al pilastro centrale di 1 m di diametro per mezzo della scala a chiocciola (coclea di Archimede). Il fusto della colonna è alto circa 30 m ; basamento e capitello portano l'altezza totale a oltre 40 m. La sperimentazione in laboratorio è stata condotta su due modelli, rispettivamente in scala 1/26.3 e 1/18, realizzati in marmo di Carrara come la colonna originale, ma a sezione quadrata : per riprodurre le masse effettive è stato

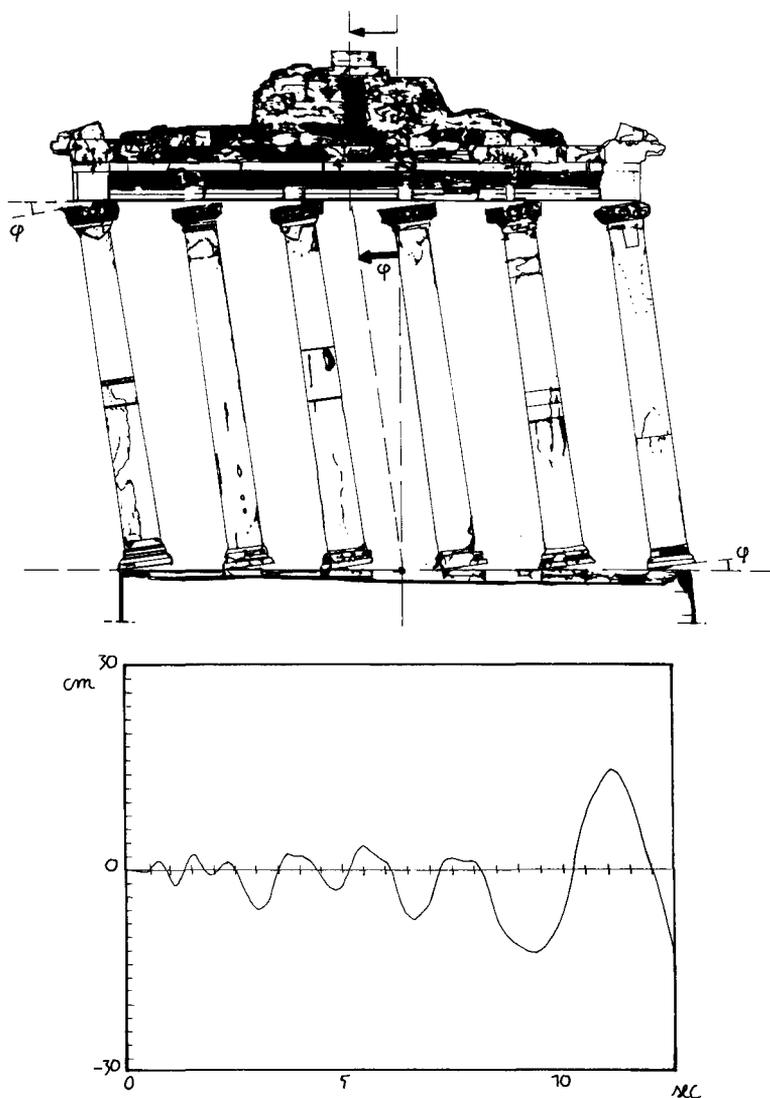


Fig. 47. Modello del Tempio di Saturno: risposta ad un sisma nel piano del colonnato (da Blasi e Spinelli, 1986).

praticato un opportuno foro centrale nei rocchi del modello. Ciascuno dei due modelli è stato sottoposto a undici prove dinamiche su un piccolo banco vibrante azionato da una vibrodina: in ogni prova si variavano le masse inserite nei rotori della vibrodina, che si faceva rotare con velocità lentamente crescente fino a che si notavano scorrimenti dei blocchi, e quindi decrescente. Durante le prove si misuravano gli spostamenti assoluti del banco e lungo l'altezza del modello fino al blocco di sommità (Fig. 53):

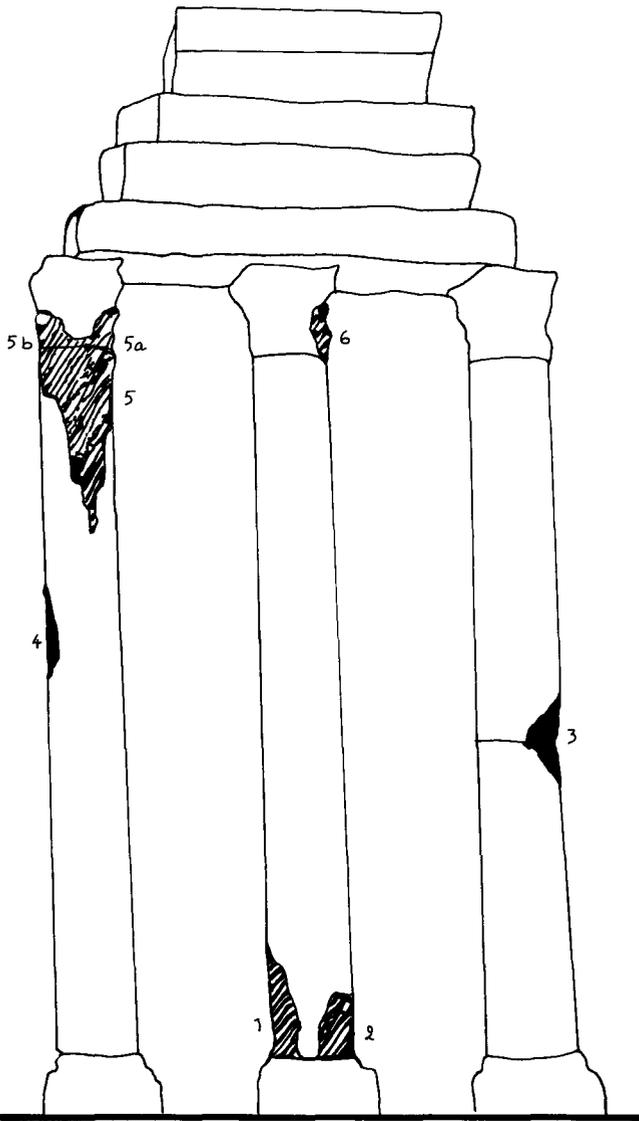


Fig. 48. Attuale stato del cosiddetto «Tempio dei Castori» (da Blasi e Spinelli, 1988).

l'ordine di grandezza degli spostamenti raggiunti non ha mai superato qualche millimetro. Le registrazioni effettuate in ciascuna prova sono state elaborate mediante un apposito programma di calcolo.

Diagrammando il rapporto tra l'ampiezza dello spostamento del blocco di sommità e quella del banco in funzione delle frequenze, innanzitutto si nota per entrambi i modelli l'esistenza di una netta frequenza di risonanza :

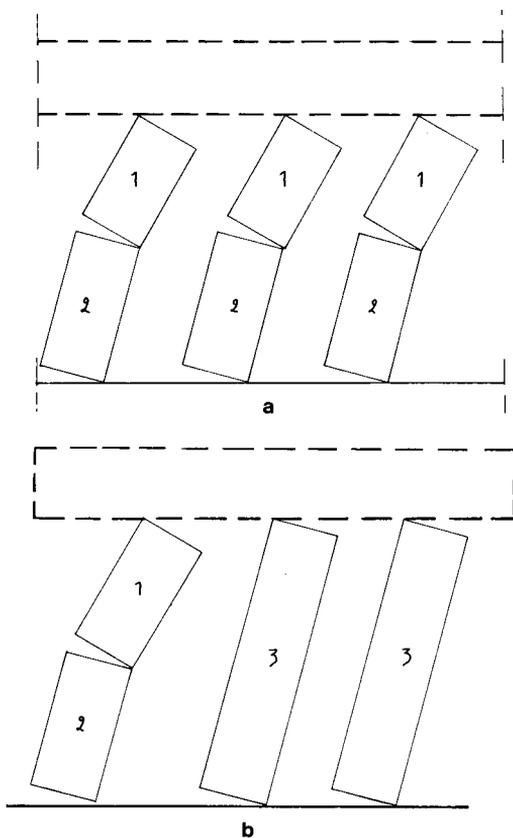


Fig. 49. Schemi strutturali limite adottati per la modellazione numerica dello comportamento dinamico del Tempio dei Castori nel piano del colonnato: a) colonnato infinitamente lungo, con eguale comportamento dinamico e nessuna interazione tra le colonne; b) comportamento dinamico diseguale tra le colonne (da Blasi e Spinelli, 1988).

si ricordi però che le oscillazioni avvenivano nell'ambito dei piccoli spostamenti, nel quale il comportamento della colonna può essere visto in un'ottica pseudo-elastica. Le risonanze non sono spiegabili in termini di deformabilità elastica dei rocchi, in quanto la rigidità della colonna considerata come una mensola monolitica è così grande che ad essa corrispondono frequenze proprie molto maggiori di quelle osservate. Confrontando invece le frequenze naturali della colonna reale, ottenute dalle misure delle vibrazioni indotte dal traffico, con quelle dei due modelli alterate secondo il rapporto di scala, si può notare una certa concordanza, ma anche un'ulteriore influenza delle dimensioni geometriche.

Si può altresì osservare che il blocco di sommità del modello scorreva sul sottostante quando risultava soggetto ad una accelerazione orizzontale compresa tra 0.4 e 0.5 g, indipendentemente dalla frequenza: ciò corrisponde ad un angolo di attrito di 22°-26°, un valore del tutto realistico. Un modello matematico che tenga conto dell'attrito tra i blocchi potrebbe essere così tarato.

4.2. Sperimentazione dinamica in situ

Le più significative indagini sperimentali dinamiche su strutture antiche sono quelle eseguite dai ricercatori del Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Firenze (in particolare Blasi e Spinelli, 1987; Angotti *et al.*, 1985; Blasi *et al.*, 1986). Tali indagini sono volte a controllare lo stato

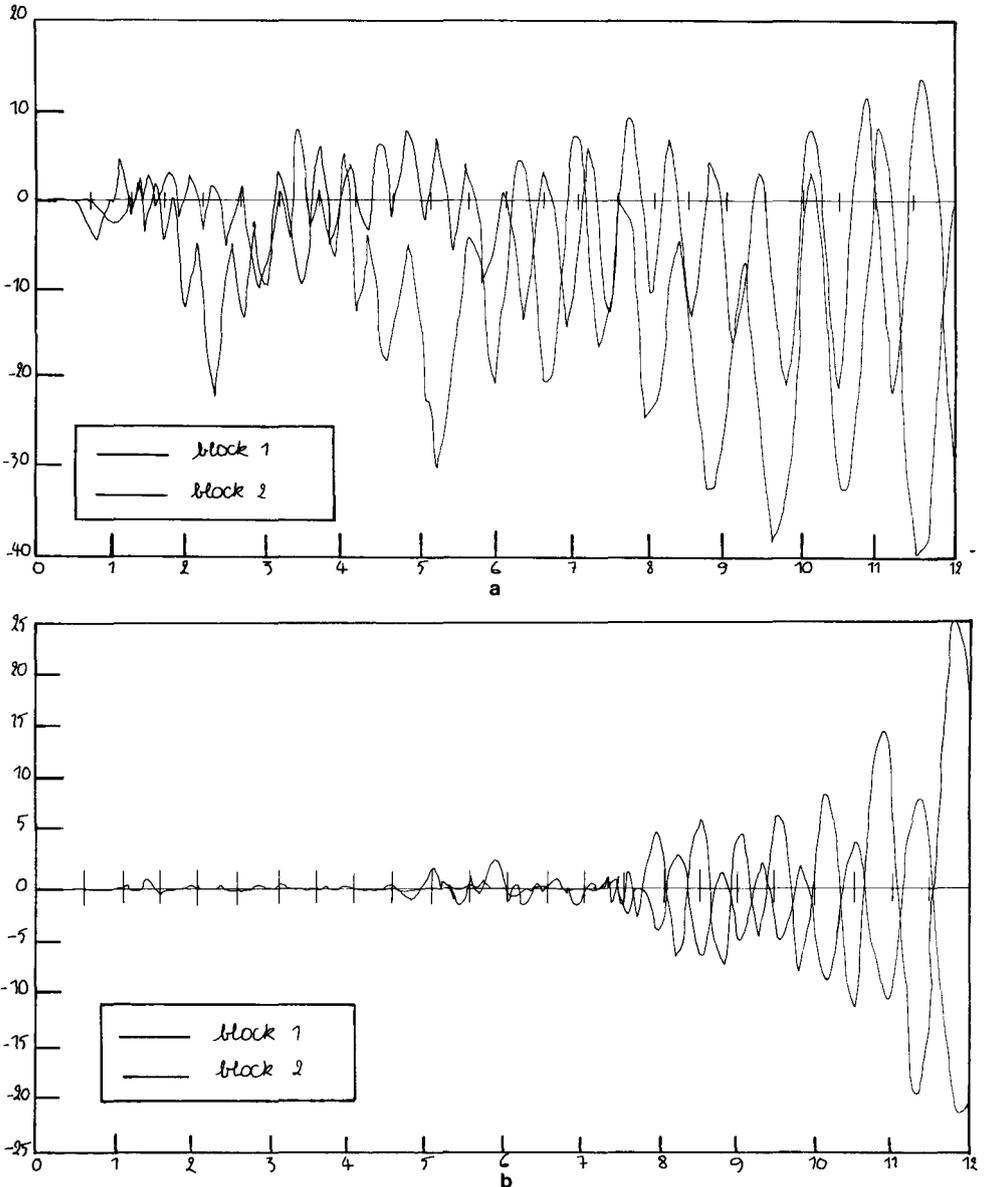


Fig. 50. Modelli a) e b) del Tempio dei Castori: risposte ad un sisma calcolate nella situazione attuale (da Blasi e Spinelli, 1988).

della struttura e/o a verificare l'efficacia di interventi di restauro. Per ovvie ragioni di conservazione e sicurezza, l'indagine sperimentale è limitata al campo dei piccoli spostamenti: sicchè le sezioni portanti non subiscono eccessive parzializzazioni, e si può parlare di frequenze proprie della struttura. Queste sono determinate o ricercando le frequenze di risonanza

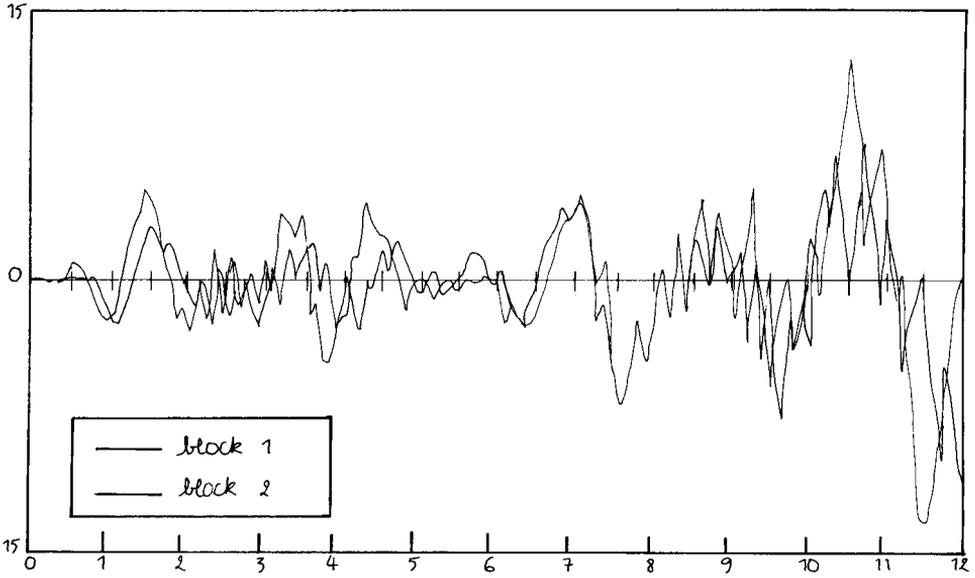


Fig. 51. Modelli a) e b) del Tempio dei Castori: risposte ad un sisma calcolate nella situazione idealmente restaurata (da Blasi e Spinelli, 1988).

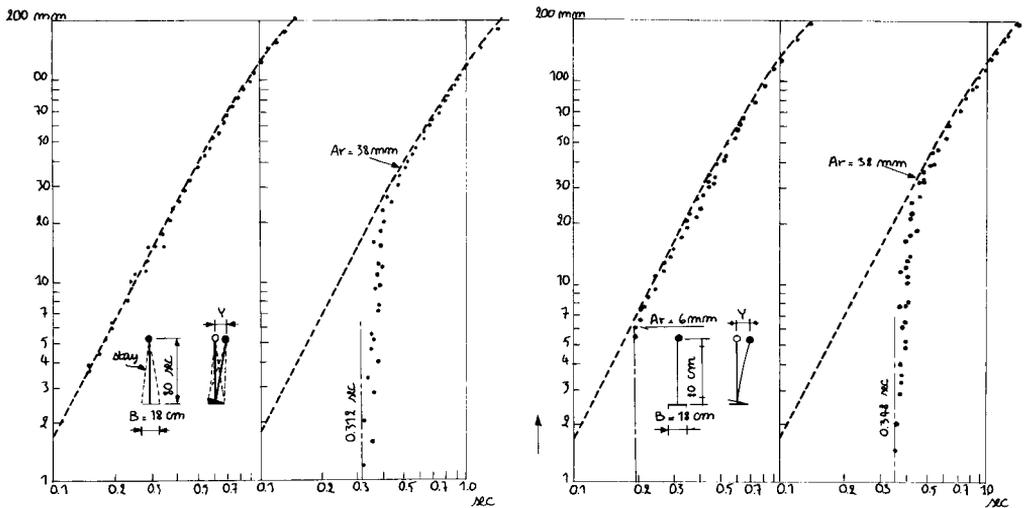


Fig. 52. Relazioni sperimentali tra periodo proprio e ampiezza di oscillazione, in scala logaritmica (da Muto et al., 1960).

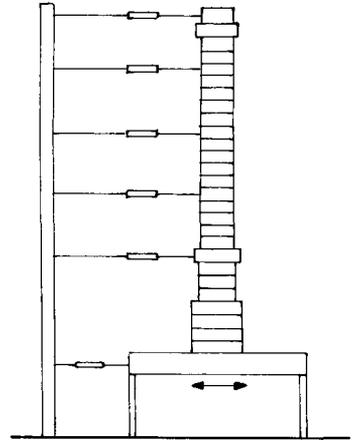


Fig. 53. Modello sperimentale della Colonna Antonina su banco vibrante (da Giannini et al., 1986).

con la sollecitazione di una vibrodina, ovvero innescando l'oscillazione mediante la brusca rimozione di un carico: le frequenze prevalenti nelle risposte registrate si individuano con la cosiddetta *analisi spettrale*, che conduce a diagrammi come quelli della Fig. 54 e quindi al riconoscimento delle frequenze proprie.

In Angotti *et al.* (1985), sono descritte le indagini sperimentali eseguite sui templi di Saturno (501-493 a.C.) e di Vespasiano (81 d.C.) e sulla colonna di Foca (608 d.C.) nel Foro Romano (Fig. 55). Le oscillazioni libere sono state eccitate rimuovendo istantaneamente un carico orizzontale (da 80 a 200 kg) applicato alla struttura in punti e direzioni prefissati. Rilevando spostamenti (con sismografi), accelerazioni (con accelerometri) e deformazioni dei giunti (con deformometri) in alcuni punti delle strutture, sono stati determinati diversi modi di oscillazione per ciascuna struttura, come schematicamente indicato nella Fig. 55. Precisamente, per il tempio di Saturno sono stati rilevati tre modi (torsione, traslazione trasversale, traslazione longitudinale), mentre per il tempio di Vespasiano ne sono stati evidenziati due, il primo fondamentalmente torsionale e il secondo un moto traslatorio in direzione diagonale. Per la grande deformabilità del giunto di base, dovuta al suo deterioramento, la colonna di Foca ha mostrato un moto di oscillazione quasi rigido, corrispondente ad una rotazione attorno ad un ben definito asse orizzontale (Fig. 56). Una tipica analisi spettrale è stata già mostrata in Fig. 54: le frequenze proprie sperimentali così rilevate sono riportate nella Fig. 55, insieme con i valori di K che rendono più prossimi il comportamento sperimentale e quello calcolato, nonché le corrispondenti frequenze calcolate. La buona concordanza così ottenuta ha permesso di estrapolare i risultati, applicando gli stessi modelli numerici a esempi con grandi oscillazioni.

La colonna di Foca è stata provata anche dopo il restauro della sezione di base (Blasi e Spinelli, 1987): la frequenza propria per piccole oscillazioni è passata da 0.83 a 1.75 Hz (cicli/sec).

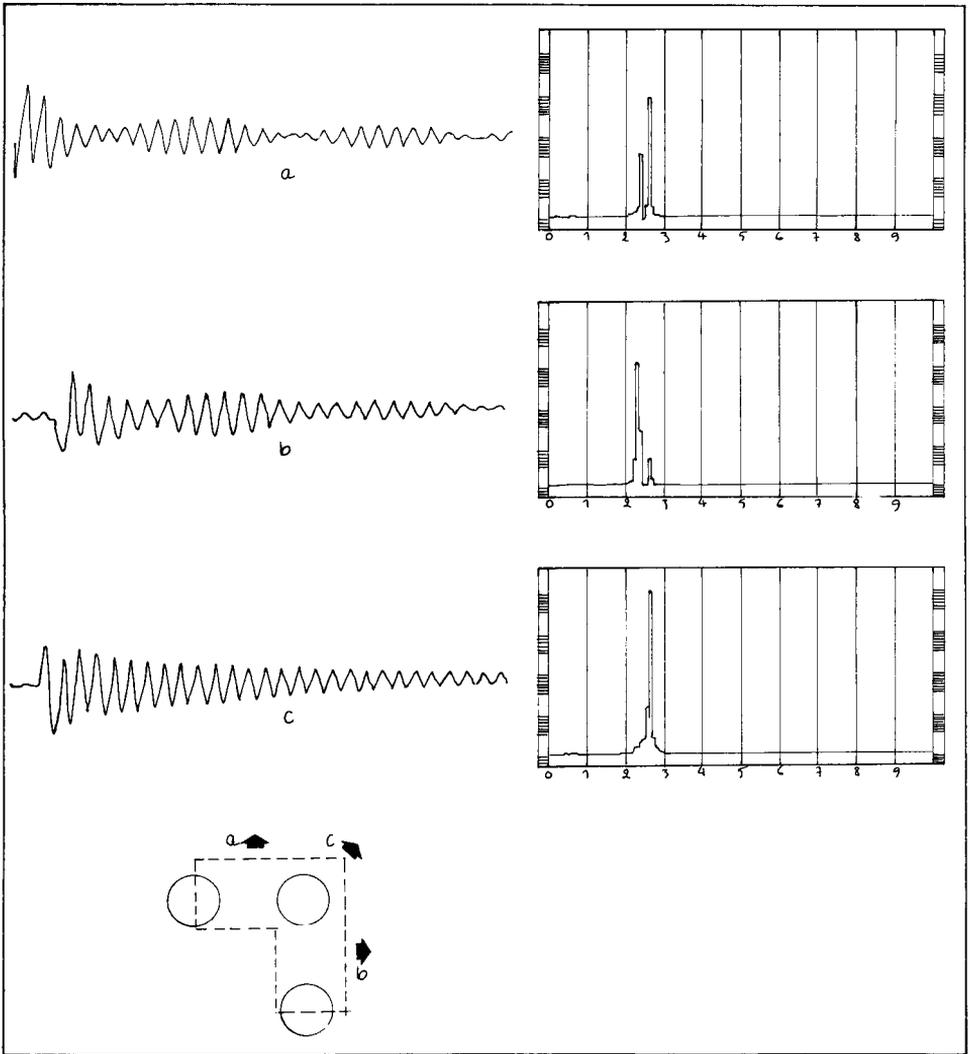


Fig. 54. Tipica analisi spettrale di oscillazioni libere registrate sperimentalmente (Tempio di Vespasiano) (da Angotti et al., 1985).

Blasi *et al.* (1986), riportano le prove eseguite, mediante la tecnica dell'applicazione di un carico impulsivo; su una porzione del paramento esterno del Colosseo, prima per il controllo della situazione statica e poi per verificare l'efficacia dell'intervento di restauro. La struttura è stata eccitata con una forza orizzontale di 2000 N, applicata (e poi bruscamente rimossa) in due diversi punti: il confronto tra gli oscillogrammi registrati prima e dopo il consolidamento, mostra una variazione della frequenza propria da 2.6 Hz a 3.4 Hz.

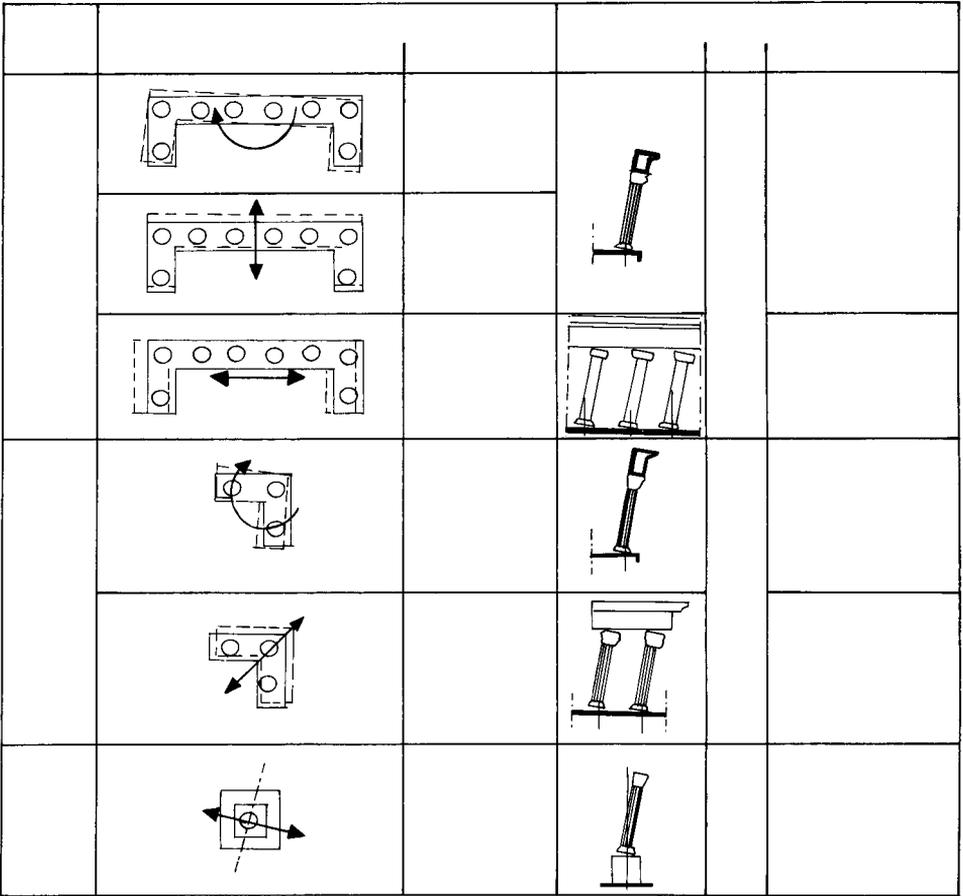


Fig. 55. Monumenti del Foro Romano sottoposti a carico impulsivo: frequenze proprie rilevate sperimentalmente e frequenze calcolate con il valore ottimale di K (da Angotti et al., 1985).

Ancora in Blasi *et al.* (1986), vengono menzionate altre prove eseguite su alcune colonne del Foro di Augusto in Roma, eccitate alla base mediante un vibratore con forzante sinusoidale e frequenza variabile da 0 a 100 Hz. Le oscillazioni sono state misurate usando un raggio laser diretto verso diversi punti significativi della struttura: un tipico *spettro di frequenza* della risposta è riportato nella Fig. 57.

A chiusura di questo Capitolo val la pena di riportare per esteso un'osservazione di Blasi e Spinelli (1987), in quanto essa è un esempio di come una corretta interpretazione del comportamento strutturale conduce a corrette indicazioni sulle tecniche di restauro:

« In strutture con scarsa resistenza a trazione la caratteristica della variabilità delle frequenze di oscillazione in funzione dell'ampiezza del moto, a causa

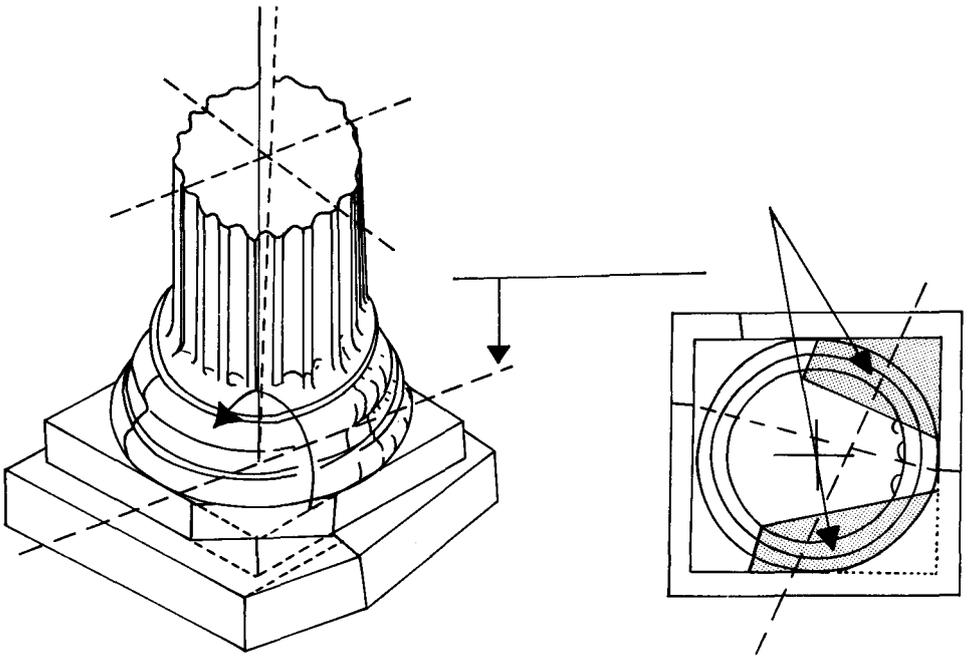


Fig. 56. Base della Colonna di Foca prima del ripristino (da Angotti et al., 1985).

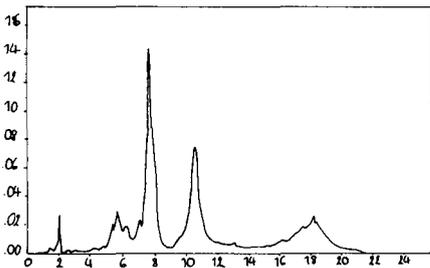


Fig. 57. Tipica analisi spettrale di una prova con vibrodina di una colonna del Foro di Augusto (da Blasi e Spinelli, 1986).

delle parzializzazioni che si realizzano (ad oscillazioni più ampie corrispondono frequenze più basse) preserva simili strutture da fenomeni di risonanza. Viceversa, ogni intervento di irrigidimento (ancoraggi rigidi, precompressioni etc.), facendo nuovamente ricadere le strutture sotto il pericolo dei fenomeni di amplificazione delle oscillazioni per effetto delle risonanze, può produrre, in strutture in genere abbastanza fragili, concentrazioni di tensione e conseguenti fratture. Pertanto si vuole comunque sottolineare ancora una volta come, soprattutto su strutture abbastanza snelle, siano in generale da preferire ad interventi di particolare irrigidimento, le operazioni più minute di recupero dei singoli elementi strutturali e di ripristino delle superfici di contatto, magari con l'inserimento di elementi che in modo non rigido impediscano scorrimenti reciproci».

5. ANALISI LOCALE DELLO STATO DI TENSIONE E DEFORMAZIONE NEI GIUNTI TRA BLOCCHI LAPIDEI

Abbiamo finora considerato blocchi che sono o vengono a contatto tra loro senza preoccuparci delle condizioni locali delle superfici, che il più delle volte sono state supposte idealmente piane: su questa base si sono per esempio sviluppate le teorie dell'urto (Cap. 3). È però ovvio (come si è già visto p.es. nella Fig. 56) che l'ipotesi di una perfetta geometria delle superfici di contatto è ben lontana dalla realtà: una teoria della meccanica delle costruzioni a blocchi potrà dirsi compiuta solo quando si saprà tenere conto di queste imperfezioni e della loro influenza sul comportamento dei giunti.

Lo studio di questa problematica per le costruzioni in pietra naturale è ancora alle prime mosse e ne manca qualunque sistematizzazione. Abbiamo comunque ritenuto opportuno presentare in questo Capitolo un breve riassunto di alcuni risultati significativi già raggiunti, mentre si rimanda — come per tutti gli altri argomenti di questa Relazione — a Andreaus e Augusti (1989) per una trattazione più dettagliata: si ribadisce però che modelli e risultati non sono ancora formulati in maniera direttamente utilizzabile in procedure di analisi strutturale.

Le ricerche in discorso si rifanno prevalentemente a studi di tribologia e di meccanica delle rocce: infatti Greenwood e Williamson (1966) hanno mostrato che la teoria tribologica per i contatti tra superfici metalliche ha qualche fondamento per adattarsi anche ai materiali lapidei, e più recentemente Walsh e Grosenbaugh (1979) hanno applicato tale teoria allo studio della deformazione al contatto tra giunti di roccia naturale. Swan (1983; 1985) ha sostanzialmente la teoria formulata dagli autori precedentemente citati mediante rilevazione sperimentale delle proprietà topografiche e meccaniche dei giunti lapidei.

I modelli analitici e numerici così sviluppati si basano su una schematizzazione delle interazioni tra le asperità delle superfici a contatto e partono tutti dalla teoria del contatto di Hertz (Fig. 58a). I modelli sono diversi a seconda che il contatto avvenga tra un piano ed una superficie scabra (il cosiddetto *mezzo giunto*, Fig. 58b) o tra due superfici scabre (il *giunto intero*, Fig. 59): nel primo caso il piano è sempre in contatto con la sommità dei picchi ed un picco ha un unico contatto con il piano, mentre nel caso del giunto intero le coppie di asperità in genere non sono allineate, cosicché il contatto più frequente avviene tra le *pendici* di due *colline*, e un picco su una superficie può avere più di un contatto sull'altra superficie. In entrambi i casi, ammesso che possa essere definito il comportamento caratteristico di una singola tipica asperità, si possono ricavare le proprietà di rigidità dei giunti (e in particolare la relazione tra forza normale N e

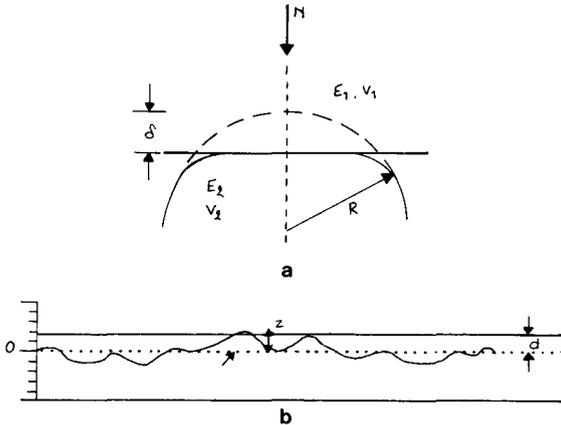


Fig. 58. Contatto tra superficie piana e (a) sommità emisferica, ovvero (b) superficie scabra (mezzo giunto) (da Swan, 1983).

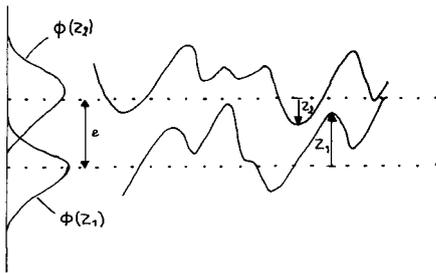


Fig. 59. Schema di contatto a giunto intero (da Swan, 1983).

avvicinamento w) in funzione dei parametri delle asperità: raggio delle sommità, densità e distribuzione.

5.1. Modello analitico del mezzo giunto

Il comportamento di una singola asperità in contatto con un piano delimitante un semispazio elastico è noto dalla teoria di Hertz. Il modello matematico per il contatto tra un piano ed una superficie scabra è stato definito da Greenwood e Williamson (1966). In realtà le superfici contengono asperità aventi diverse altezze (Fig. 60c), per le quali può essere assunta una distribuzione di probabilità (Figg. 60a, b), ottenendo formule che forniscono il numero di contatti, l'area di contatto effettivo, il carico totale applicato e la tensione normale nominale, con una approssimazione accettabile finché la tensione normale nominale nel giunto resta sufficientemente bassa (dell'ordine di 30 MPa o 300 kg cm⁻²).

5.2. Modello analitico del giunto intero

Il caso di due superfici scabre e irregolari in contatto è stato studiato, tra gli altri, da Greenwood e Tripp (1971). Essi hanno osservato che la forza scambiata tra una coppia di picchi non allineati di altezze assegnate

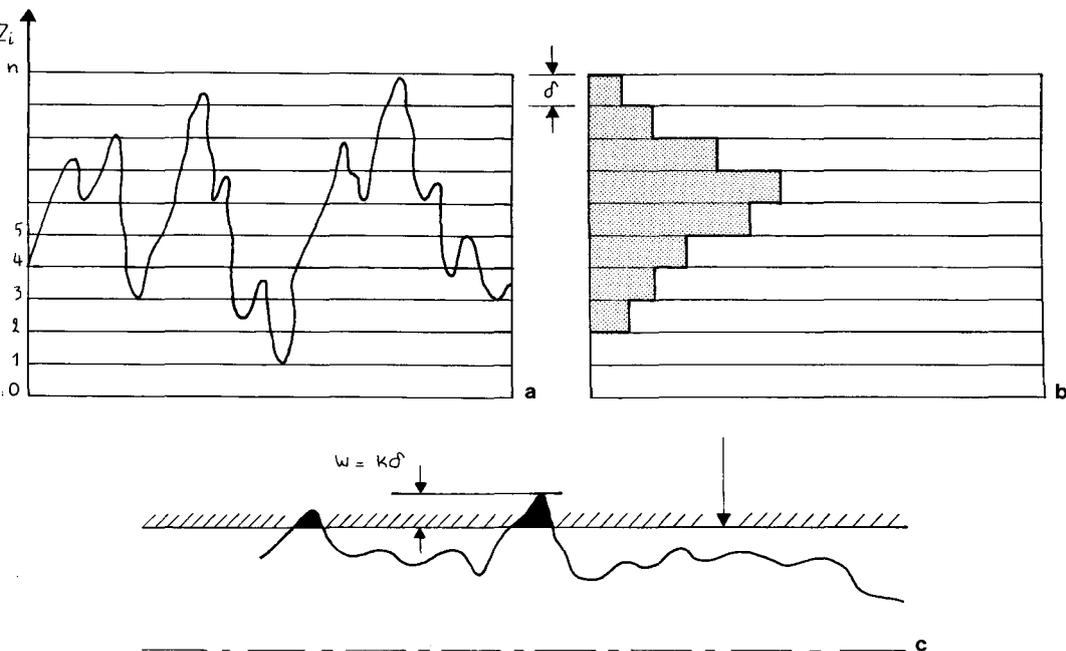


Fig. 60. Modello analitico del mezzo giunto: a) profilo della superficie scabra; b) densità di probabilità delle altezze; c) schema del contatto (da: G. SWAN et al., Stiffness and Associated Joint Properties of Rock, in Conf. on « Applications of Rock Mechanics to Cut-and-fill Mining », Luleå, June 1980, 2, Session A, p. 91-118).

non dipende dalle singole altezze ma solo dalla loro somma: pertanto la distribuzione statistica della somma delle altezze accoppiate influenza la forza normale totale tra le due superfici in contatto.

Swan (1983; 1985) ha ulteriormente sviluppato questo modello descrivendo, come già accennato, il comportamento al contatto delle superfici scabre in termini di proprietà del materiale e dei parametri topografici: raggio delle sommità, densità dei picchi, distribuzione delle altezze. Questo modello fornisce un'unica relazione tra il carico normale N e l'avvicinamento w per ogni definizione della superficie del giunto: in realtà, invece, la relazione N - w dipende anche, in maniera tutt'altro che trascurabile, dall'apertura iniziale.

5.3. Modello numerico discreto

Swan ha anche applicato la teoria sviluppata nella tribologia per costruire modelli numerici dai quali si può predire il comportamento sia dei mezzi giunti sia dei giunti interi. Le formule che si ottengono possono essere applicate ai contatti *picco su picco*, ovvero *picco su valle*, ovvero ancora in corrispondenza di un punto generico (cosidetti *all-ordinate contacts*,

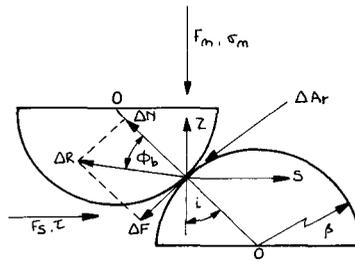


Fig. 61. Contatto tra le pendici di due asperità (da Swan, 1985).

Fig. 61): in realtà qualsiasi coppia di superfici in contatto conterrà tutte queste alternative.

Dal momento che si tratta di una formulazione discreta, esiste la possibilità di utilizzare distribuzioni reali delle asperità dei profili ottenute in forma numerica da misurazioni di superfici (quelle effettive o *campioni*) (Fig. 62) e di introdurre l'effetto di varie aperture iniziali e raggi di picco, come pure gli effetti non lineari dovuti alla rottura dei punti a contatto. Un tipico risultato che mostra il comportamento carico-avvicinamento N-w di giunti in cui i contatti sono modellati come contatti picco-valle ovvero *all-ordinate*, è illustrato in Fig. 63, nella quale sono inclusi per confronto i risultati sperimentali ottenuti con le modalità descritte dalla Fig. 64.

6. COMMENTI CONCLUSIVI

In questa Relazione si sono voluti descrivere alcuni *modelli meccanici* escogitati ed utilizzati per descrivere il comportamento delle reali *strutture a blocchi lapidei*.

Quali sono gli obiettivi che si propongono gli studiosi con questi modelli? Essenzialmente, quelli di poter esaminare e prevedere con metodi moderni il comportamento delle strutture, ed ottenerne in particolare la *vulnerabilità* meccanica, cioè la loro suscettibilità di subire un danno, o addirittura di collassare sotto una data azione esterna.

Incrocando (moltiplicando) la *vulnerabilità* con la *pericolosità* del sito in cui sorge la costruzione (cioè con la probabilità che la costruzione venga investita dall'azione prevista, sia essa un sisma od altro) si ottiene l'effettivo *rischio* del danno o del collasso. È su questo *rischio* che dovrebbe essere basata la decisione se procedere ad una nuova costruzione, ovvero se intervenire o meno su una costruzione esistente.

Per essere utile, un modello meccanico deve quindi soddisfare a due requisiti: quello di essere trattabile matematicamente (per via analitica o numerica) e quello — essenziale — di essere in grado di ben descrivere

strutture reali e rappresentarne l'effettivo comportamento. Troppe volte la necessità di soddisfare il primo requisito fa perdere di vista il secondo: al massimo, ci si accontenta di poter impiantare ed implementare un pro-

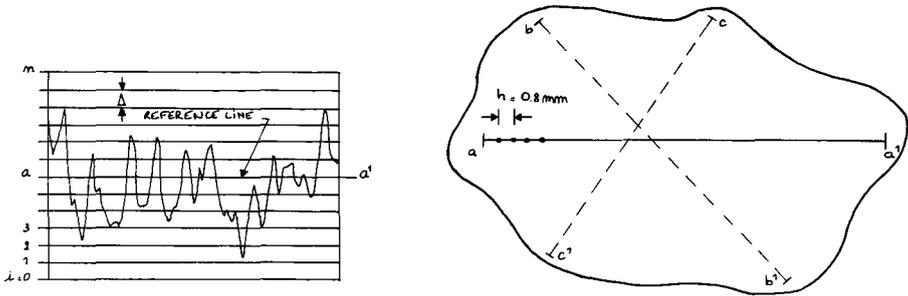


Fig. 62. Rilevamento del profilo superficiale lungo segmenti campione (da Swan, 1983).

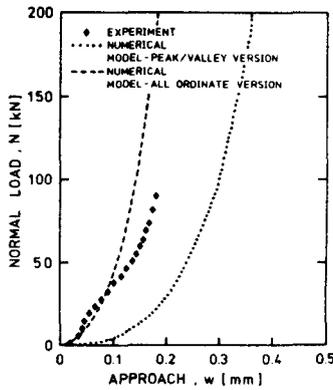


Fig. 63. Relazione tra forza normale N e avvicinamento (w): confronto tra risultati sperimentali e due modelli numerici (da Swan, 1983).

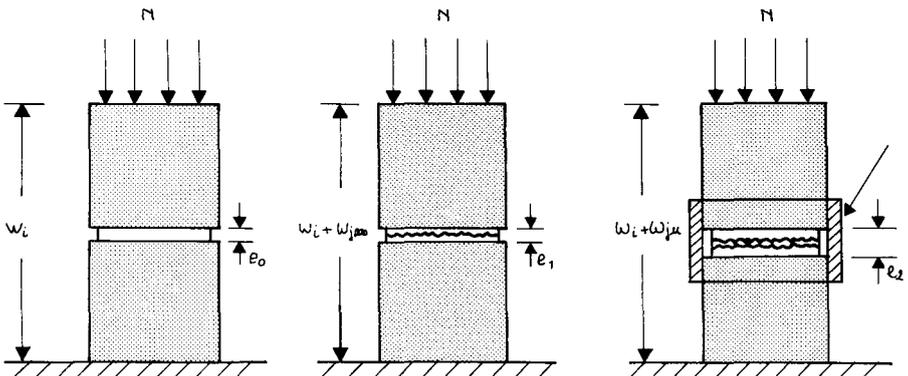


Fig. 64. Schemi di prove su giunti artificiali (da Swan, 1983).

gramma numerico sul calcolatore, dimenticandosi che soltanto la sperimentazione *fisica* può confermare la validità di un'ipotesi teorica.

In questa Relazione, si è purtroppo visto che questi studi sono ancora lontani da uno stadio soddisfacente. Infatti, quando i modelli meccanici sono accettabili dal punto di vista del rigore fisico e della trattabilità matematica, le applicazioni finora sviluppate si riferiscono ancora soltanto a esempi molto elementari e non a vere *strutture*. Viceversa, quando si incontrano esempi elaborati, troppo spesso si scopre che il modello meccanico adottato è stato reso ancor più elementare del necessario: questo è il caso dello studio delle sollecitazioni presenti nel Partenone riassunto al § 2.1.4., che è stato eseguito solo con azioni statiche e ipotizzando che la struttura abbia un comportamento elastico-lineare, che in realtà viene abbandonato molto prima di avvicinarsi al collasso.

Anche la sperimentazione *in situ* e in Laboratorio, che sarebbe il modo naturale per confermare o smentire i modelli teorici e per introdurre valori corretti dei parametri che altrimenti restano indeterminati, è ancora molto scarsa.

Tutto ciò era prevedibile e inevitabile, perchè soltanto da poco (e non sempre) anche i *tecnici* studiano questi problemi con rigore *scientifico*, ed è iniziato quel rapporto interdisciplinare che può consentire di affrontare problemi complessi come quelli delle strutture « antiche » con i metodi della meccanica moderna.

Attualmente quindi, è necessario usare grande prudenza e attenzione prima di accettare i risultati di « calcoli », soprattutto se vengono presentati senza un esame critico delle ipotesi iniziali.

Ma contemporaneamente, è giusto nutrire una certa fiducia verso le numerose ricerche (anche sperimentali) che si stanno svolgendo, e quindi aspettarsi rapidi progressi nelle conoscenze e possibili prossime applicazioni.

Ugo ANDREAUS e Giuliano AUGUSTI

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica

Università di Roma « La Sapienza »

Via Eudossiana, 18

I - 00184 ROMA

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

ANDREAUS, U., DI PAOLO, A., 1987, *Analisi critica dei modelli per lo studio dinamico dei sistemi di conci a secco*, in *Atti del 3° Convegno Nazionale « L'Ingegneria Sismica in Italia »*, Roma, Settembre-Ottobre, 1987, I, p. 649-663.

ANDREAUS, U., 1988, *Mechanical Behaviour of Block-Work Structures: a Brief Review of Experimental Results and Phenomenological Aspects*, in « *Omaggio a Giulio Ceradini* », *Diapart. di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Roma « La Sapienza »*, p. 37-48.

- ANDREAU, U., 1988, *A 3-D Finite Element Model for the Analysis of Masonry Structures*, in *Atti 8th I.B.Ma.C., Dublin, Settembre 1988*, 3, p. 1405-1416.
- ANDREAU, U., 1989, *Analisi dinamica di blocchi lapidei su base attritiva*, in *Atti del 4° Convegno Naz. «L'Ingegneria Sismica in Italia»*, Milano, Ottobre 1989, p.
- ANDREAU, U., AUGUSTI, G., 1989, *Metodi di modellazione e di analisi nelle meccanica delle strutture a blocchi lapidei: stato dell'arte*, in *Studi e Ricerche, Dipart. di Ing. Strutturale e Geotecnica, Università di Roma «La Sapienza»*, 1990, Fasc. 2.
- ANDREAU, U., 1990, *A Frictional Model for Sliding of Jointed Blocks*, in *Atti I.C.C.L.E.M., Chongqing, Cina (in corso di stampa)*.
- ANGOTTI, F., TONI, P., 1982, *Oscillazioni non lineari di corpi rigidi su semispazi elastici monolaterali*, in *Atti VI Congr. Naz. AIMETA, Genova, Ottobre 1982, Sez. V*, p. 134-143.
- ANGOTTI, F., CHIOSTRINI, S., TONI, P., 1984, *Analisi dinamica sismica di strutture a deformabilità limitata su suolo monolaterale*, in *Atti VII Congresso Nazionale AIMETA, Trieste, Ottobre 1984, Sez. V*, p. 409-420.
- ANGOTTI, F., CHIOSTRINI, S., 1985, *Oscillazioni libere e forzate di strutture rigide su suolo monolaterale*, in *Atti del Convegno «Stato dell'arte in Italia sulla meccanica delle murature»*, Roma, Ottobre 1985, p. 615-630.
- ANGOTTI, F., BLASI, C., CHIARUGI, A., SPINELLI, P., 1985, *Studies of Aggregation State of Stone Elements of the Temples of Saturn and Vespasian and of the Focas's Column*, in *Proc. 5th Intern. Congress on «Deterioration and Conservation of Stone»*, Lausanne, EPFL, Sept. 1985, p. 1093-1102 (anche in Univ. Firenze, Dipart. Ing. Civile, Sez. Strutture, Pubbl. n. 5/88). p. 39-49.
- AUGUSTI, G., SINOPOLI, A., 1988, *Analisi di strutture costituite da blocchi lapidei*, in *«Omaggio a Giulio Ceradini»*, Dipart. di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Roma «La Sapienza», p. 79-87.
- BLASI, C., SPINELLI, P., 1986, *Un metodo di calcolo dinamico per sistemi formati da blocchi sovrapposti*, in *Ingegneria Sismica*, 1, n° 1, p. 12-21.
- BLASI, C., CHIARUGI, A., SPINELLI, P., 1986, *In Situ Dynamic Testing for the Monitoring of Ancient Structures*, in *Intern. Updating Course on «Structural Consolidation of Ancient Buildings»*, K.U. Leuven, Belgium (anche in Univ. Firenze, Dipart. Ing. Civile, Sez. Strutture, Pubbl. n. 5/88). p. 31-38.
- BLASI, C., SPINELLI, P., 1987, *Sul consolidamento antisismico di colonne lapidee: un esempio*, in *Atti del 3° Convegno Nazionale «L'Ingegneria sismica in Italia»*, Roma, Settembre-Ottobre 1987, 1, p. 95-106.
- BLASI, C., SPINELLI, P., 1988, *Dynamic Analysis of Ancient Stone Monuments for Restoration Design* (presented at the A.S.C.E. Engrg. Mech. Division Specialty Conference, Blacksburg, Virginia, May 1988), (Univ. Firenze, Dipart. Ing. Civile, Sez. Strutture, Pubbl. n. 5/88), p. 7-29.
- FRANCHI, A., GIODA, G., GENNA, F., 1982, *Analisi delle strutture murarie piane ed ad arco*, in *Comportamento statico e sismico delle strutture murarie*, Cap. 3, Ediz. CLUP, Milano.
- GIANNINI, R., 1984, *Analisi dinamica dei sistemi di blocchi sovrapposti*, in *Atti del 2° Convegno Naz. «L'Ingegneria Sismica in Italia»*, Rapallo, Giugno 1984, p. 647-662.
- GIANNINI, R., 1985, *Considerazioni sulla modellazione numerica di sistemi di blocchi rigidi sovrapposti*, in *Atti del Convegno «Stato dell'arte in Italia sulla meccanica delle murature»*, Roma, Ottobre 1985, p. 677-685.

- GIANNINI, R., GIUFFRÉ, A., MASIANI, R., 1986, *La dinamica delle strutture composte di blocchi sovrapposti: studi in corso sulla Colonna Antonina*, in *Atti VIII Congr. Naz. AIMETA, Torino, Sett.-Ott. 1986*, I, p. 299-304.
- GREENWOOD, J.A., WILLIAMSON, J.B.P., 1966, *The Contact of Nominally Flat Surfaces*, in *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, 295, p. 300-319.
- GREENWOOD, J.A., TRIPP, J.H., 1971, *The Contact of two Nominally Flat Surfaces*, in *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, 185, p. 625-633.
- HEYMAN, J., 1966, *The Stone Skeleton*, in *Int. J. Solids and Structures*, 2, n° 2, p. 249-279.
- HEYMAN, J., 1969, *The Safety of Masonry Arches*, in *Int. J. Mech. Sci.*, 11, n° 4, p. 363-385.
- HOUSNER, G.W., 1963, *The Behaviour of Inverted Pendulum Structures during Earthquakes*, in *Bull. of the Seismological Society of America*, 53, n° 2, p. 403-417.
- LIVESLEY, R.K., 1978, *Limit Analysis of Structures Formed from Rigid Blocks*, in *Int. J. Num. Meths. Engng.*, 12, n° 12, p. 1853-1871.
- LO BIANCO, M., MAZZARELLA, C., 1984, *Tecniche di delimitazione del Carico di collasso delle strutture murarie*, in *Atti VII Congr. Naz. AIMETA, Trieste, Sez. V*, p. 361-373.
- LO BIANCO, M., MAZZARELLA, C., 1985, *Sulla sicurezza sismica delle strutture in muratura a blocchi*, in *Atti del Convegno « Stato dell'arte in Italia sulla meccanica delle murature »*, Roma, p. 577-596.
- MUTO, K., UMEMURA, H., SONOBE, Y., 1960, *Study on the Overturning of Slender Structures*, in *Proceedings 2d W.C.E.E., Tokyo/Kyoto, July 1960*, II, p. 1239-1261.
- MUTO, K., TAKASE, H., HORIKOSHI, K., UENO, H., 1981, *3-D non Linear Dynamic Analysis of Stacked Blocks*, in *Proc. 2d Specialty Conf. on « Dynamic Response of Structures »*, ASCE Mechanics Division, Atlanta, GE, p. 917-930.
- PSYCHARIS, I.N., 1981, *Dynamic Behaviour of Rocking Structures Allowed to Uplift*, in *Earthquake Engrg. Research Lab., California Inst. of Technology, Pasadena, Report EERL 81-02*.
- SINOPOLI, A., 1987, *Dynamics and Impact in a System with Unilateral Constraints — the Relevance of Dry Friction*, in *Meccanica*, 22, n° 4, p. 210-215.
- SINOPOLI, A., 1989, *Kinematic Approach in the Impact Problem of Rigid Bodies*, in *PACAM — Panamerican Congress of Applied Mechanics, Rio de Janeiro*, (Transactions A.S.M.E., in press).
- WALSH, J.B., GROSENBAUGH, M.A., 1979, *A New Model for Analyzing the Effect of Fractures on Compressibility*, in *J. Geophys. Res.*, 84, n. 8/B7, p. 3532-3536.
- SWAN, G., 1983, *Determination of Stiffness and Other Joint Properties from Roughness Measurements*, in *Rock Mech. and Rock Engrg.*, 16, p. 19-38.
- SWAN, G., 1985, *Methods of Roughness Analysis for Predicting Rock Joint Behaviour*, in *Proc. Int. Symp. on Fundamentals of Rock Joints, Björkliden, Sweden*, p. 153-161.
- ZAMBAS, K., 1985, *The Problem of the Parthenon's Earthquake Resistance: Testing the Existing Situation and the Restoration Proposals in a Stage of Preparatory Studies*, in *Proc. 2d Intern. Meeting for the Restoration of the Acropolis Monuments: Parthenon (Athens, Sept. 1983)*, Ministry of Culture, Athens, p. 127-183.
- ZAMBAS, K., 1989, *Structural Problems Involved in the Restoration of the Parthenon*, by M. KORRES, N. TOGANIDES et al., Ministry of Culture, Athens, Vol. 2A, p. 131-150.